**Контрольне завдання № \_6\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження третього пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому пристрою. Результат роботи другого передається третьому, а результат передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3.

***Розв’язання***

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 14 + 0.5 + 1.75 = 16.25

Необхідно знайти тільки третю змінну.

P3 =

P3 = 10.76% - коефіцієнт завантаження третього пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано дискретний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.1 с трансформувати процес в неперервний.

0.5 0 0.5

0.5 0.5 0

0 0.2 0.8

***Розв’язання***

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.5

= 0.2

= 0.5

= 0.5

= 0.5

= 0.8

Визначення інтенсивностей переходів для неперервного марківського процесу:

Граф неперервного марківського процесу:

= 6.9

= 6.9

= 2.2

**3)** Виконати задачу календарного планування для 4-х задач, кожна з яких спочатку має оброблюватися на процесорі першого типу, потім - на процесорі другого типу. Вирішення має забезпечувати мінімальний час розв’язання задач. Час обробки кожної із задач на першому і другому процесорах задається: *a*1=5, *b*1=9; *a*2=3, *b*2=4; *a*3=2, *b*3=10; *a*4=4, *b*4=1.

***Розв’язання***

Знайдемо мінімум серед ai, bi. Якщо мінімумом є ai, то і-ту задачу розміщуємо на початку черги задач. Якщо мінімумом є bi, то і-ту задачу розміщуємо у кінці черги задач.

1) min(a1, b1, a2, b2, a3, b3, a4, b4) = min(5, 9, 3, 4, 2, 10, 4, 1) = 1 = b4

4-ту задачу розміщуємо у кінці черги задач

Черга задач: … - … - … - 4

2) min(a1, b1, a2, b2, a3, b3) = min(5, 9, 3, 4, 2, 10) = 2 = a3

3-тю задачу розміщуємо на початку черги задач

Черга задач: 3 - … - … - 4

3) min(a1, b1, a2, b2) = min(5, 9, 3, 4) = 3 = a2

2-гу задачу розміщуємо на початку черги задач

Черга задач: 3 – 2 – 1 – 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a | 3 | 2 | 1 | 4 | |  | | |
| b |  | 3 | | | 2 | | 1 | 4 |
| 2 5 10 12 14 16 25 | | | | | | | | |

Час розв’язання задач на процессорах – 26

**Контрольне завдання № \_7\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження другого пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому пристрою. Результат роботи другого передається третьому, а результат передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3.

***Розв’язання***

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 14 + 0.5 + 1.75 = 16.25

Необхідно знайти тільки другу змінну.

P2 =

P2 = 3.07% - коефіцієнт завантаження другого пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано дискретний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.1 с трансформувати процес в неперервний.

0.5 0.2 0.3

0.3 0.2 0.5

0 0.2 0.8

***Розв’язання***

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.2

= 0.5

= 0.3

= 0.5

= 0.2

= 0.8

= 0.2

= 0.3

Визначення інтенсивностей переходів для неперервного марківського процесу:

Граф неперервного марківського процесу:

= 2.8

= 6

= 2.2

= 10.1

= 4.1

**3)** Виконати задачу календарного планування для 5-ти задач, кожна з яких спочатку має оброблюватися на процесорі першого типу, потім - на процесорі другого типу. Вирішення має забезпечувати мінімальний час розв’язання задач. Час обробки кожної із задач на першому і другому процесорах задається: *a*1=5, *b*1=9; *a*2=1, *b*2=4; *a*3=5, *b*3=10; *a*4=3, *b*4=1; *a*5=5, *b*5=1.

***Розв’язання***

Знайдемо мінімум серед ai, bi. Якщо мінімумом є ai, то і-ту задачу розміщуємо на початку черги задач. Якщо мінімумом є bi, то і-ту задачу розміщуємо у кінці черги задач.

1) min(a1, b1, a2, b2, a3, b3, a4, b4, a5, b5) = min(5, 9, 1, 4, 5, 10, 3, 1, 5, 1) = 1 = a2

2-гу задачу розміщуємо на початку черги задач

Черга задач: 2 - … - … - … - …

2) min(a1, b1, a3, b3, a4, b4, a5, b5) = min(5, 9, 5, 10, 3, 1, 5, 1) = 1 = b4

4-ту задачу розміщуємо у кінець черги задач

Черга задач: 2 - … - … - … - 4

3) min(a1, b1, a3, b3, a5, b5) = min(5, 9, 5, 10, 5, 1) = 1 = b5

5-ту задачу розміщуємо у кінець черги задач

Черга задач: 2 - … - … - 5 – 4

4) min(a1, b1, a3, b3) = min(5, 9, 5, 10) = 5 = a1

1-шу задачу розміщуємо на початку черги задач

Черга задач: 2 - 1 - 3 - 5 – 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| а | 2 | 1 | | 3 | 5 | | 4 |  | | |
| b |  | 2 | 1 | | | 3 | | | 5 | 4 |
| 1 5 6 11 14 16 19 24 25 | | | | | | | | | | |

Час розв’язання задач на процессорах – 26

**Контрольне завдання № \_8\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження першого пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому пристрою. Результат роботи другого передається третьому, а результат передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3.

***Розв’язання***

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 14 + 0.5 + 1.75 = 16.25

Необхідно знайти тільки першу змінну.

P1 =

P1 = 86.1% - коефіцієнт завантаження першого пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано дискретний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.1 с трансформувати процес в неперервний.

0.5 0 0.5

0.3 0.7 0

0 0.2 0.8

***Розв’язання***

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.3

= 0.5

= 0.7

= 0.8

= 0.2

= 0.5

Визначення інтенсивностей переходів для неперервного марківського процесу:

Граф неперервного марківського процесу:

= 1.8

= 1.1

= 3.5

**3)** Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції **f**1(*x*1)+**f**2(*x*2)+**f**3(*x*3)+ **f**4(*x*4). Задані функції: **f**1(*x*1) = 0, якщо *x*1<=2, **f**1(*x*1) = 4∙*x*1, якщо 2< *x*1< 6 і **f**1(*x*1) = 25, якщо *x*1>=6; **f**2(*x*2) = *x*2, якщо *x*2<2, **f**2(*x*2) = 2∙*x*2, якщо 2≤ *x*2< 4, **f**2(*x*2) = 3∙*x*2 *x*2>=4; **f**3(*x*3) = 5∙*x*3, якщо *x*3≤2, інакше **f**3(*x*3) = 2∙*x*3, **f**4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, **f**4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<4, **f**4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<15.

***Розв’язання***

Ресурс А=14.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 5 | 1 |
| 2 | 0 | 4 | 10 | 6 |
| 3 | 12 | 6 | 6 | 9 |
| 4 | 16 | 12 | 8 | 10 |
| 5 | 20 | 15 | 10 | 10 |
| 6 | 25 | 18 | 12 | 10 |
| 7 | 25 | 21 | 14 | 10 |
| 8 | 25 | 24 | 16 | 10 |
| 9 | 25 | 27 | 18 | 10 |
| 10 | 25 | 30 | 20 | 10 |
| 11 | 25 | 33 | 22 | 10 |
| 12 | 25 | 36 | 24 | 10 |
| 13 | 25 | 39 | 26 | 10 |
| 14 | 25 | 42 | 28 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 5 | 1 | 6 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 2 | 10 | 2 | 11 | 0 |
| 3 | 12 | 3 | 12 | 0 | 12 | 0 | 13 | 0 |
| 4 | 16 | 4 | 16 | 0 | 17 | 1 | 18 | 0 |
| 5 | 20 | 5 | 20 | 0 | 22 | 2 | 23 | 0 |
| 6 | 25 | 6 | 25 | 0 | 26 | 2 | 27 | 0 |
| 7 | 25 | 7 | 26 | 1 | 30 | 2 | 31 | 0 |
| 8 | 25 | 8 | 29 | 2 | 35 | 2 | 36 | 0 |
| 9 | 25 | 9 | 32 | 4 | 36 | 2 | 37 | 0 |
| 10 | 25 | 10 | 37 | 4 | 39 | 2 | 41 | 2 |
| 11 | 25 | 11 | 40 | 5 | 42 | 2 | 44 | 3 |
| 12 | 25 | 12 | 43 | 6 | 47 | 2 | 48 | 0 |
| 13 | 25 | 13 | 46 | 7 | 50 | 2 | 51 | 0 |
| 14 | 25 | 14 | 49 | 8 | 53 | 2 | 54 | 0 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(0)=0+0=0;

max(F2(0)) = 0.

A = 1.

X2=0: F2(1)=0+0=0;

X2=1: F2(1)=1+0=1;

max(F2(1)) = 1.

A = 2.

X2=0: F2(2)=0+0=0;

X2=1: F2(2)=1+0=1;

X2=2: F2(2)=4+0=4;

max(F2(2)) = 4.

A = 3.

X2=0: F2(3)=0+12=12;

X2=1: F2(3)=1+0=1;

X2=2: F2(3)=4+0=4;

X2=3: F2(3)=6+0=6;

max(F2(3)) = 12.

A = 4.

X2=0: F2(4)=0+16=16;

X2=1: F2(4)=1+12=13;

X2=2: F2(4)=4+0=4;

X2=3: F2(4)=6+0=6;

X2=4: F2(4)=12+0=12;

max(F2(4)) = 16.

A = 5.

X2=0: F2(5)=0+20=20;

X2=1: F2(5)=1+16=17;

X2=2: F2(5)=4+12=16;

X2=3: F2(5)=6+0=6;

X2=4: F2(5)=12+0=12;

X2=5: F2(5)=15+0=15;

max(F2(5)) = 20.

A = 6.

X2=0: F2(6)=0+25=25;

X2=1: F2(6)=1+20=21;

X2=2: F2(6)=4+16=20;

X2=3: F2(6)=6+12=18;

X2=4: F2(6)=12+0=12;

X2=5: F2(6)=15+0=15;

X2=6: F2(6)=18+0=18;

max(F2(6)) = 25.

A = 7.

X2=0: F2(7)=0+25=25;

X2=1: F2(7)=1+25=26;

X2=2: F2(7)=4+20=24;

X2=3: F2(7)=6+16=22;

X2=4: F2(7)=12+12=24;

X2=5: F2(7)=15+0=15;

X2=6: F2(7)=18+0=18;

X2=7: F2(7)=21+0=21;

max(F2(7)) = 26.

A = 8.

X2=0: F2(8)=0+25=25;

X2=1: F2(8)=1+25=26;

X2=2: F2(8)=4+25=29;

X2=3: F2(8)=6+20=26;

X2=4: F2(8)=12+16=28;

X2=5: F2(8)=15+12=27;

X2=6: F2(8)=18+0=18;

X2=7: F2(8)=21+0=21;

X2=8: F2(8)=24+0=24;

max(F2(8)) = 29.

A = 9.

X2=0: F2(9)=0+25=25;

X2=1: F2(9)=1+25=26;

X2=2: F2(9)=4+25=29;

X2=3: F2(9)=6+25=31;

X2=4: F2(9)=12+20=32;

X2=5: F2(9)=15+16=31;

X2=6: F2(9)=18+12=30;

X2=7: F2(9)=21+0=21;

X2=8: F2(9)=24+0=24;

X2=9: F2(9)=27+0=27;

max(F2(9)) = 32.

A = 10.

X2=0: F2(10)=0+25=25;

X2=1: F2(10)=1+25=26;

X2=2: F2(10)=4+25=29;

X2=3: F2(10)=6+25=31;

X2=4: F2(10)=12+25=37;

X2=5: F2(10)=15+20=35;

X2=6: F2(10)=18+16=34;

X2=7: F2(10)=21+12=33;

X2=8: F2(10)=24+0=24;

X2=9: F2(10)=27+0=27;

X2=10: F2(10)=30+0=30;

max(F2(10)) = 37.

A = 11.

X2=0: F2(11)=0+25=25;

X2=1: F2(11)=1+25=26;

X2=2: F2(11)=4+25=29;

X2=3: F2(11)=6+25=31;

X2=4: F2(11)=12+25=37;

X2=5: F2(11)=15+25=40;

X2=6: F2(11)=18+20=38;

X2=7: F2(11)=21+16=37;

X2=8: F2(11)=24+12=36;

X2=9: F2(11)=27+0=27;

X2=10: F2(11)=30+0=30;

X2=11: F2(11)=33+0=33;

max(F2(11)) = 40.

A = 12.

X2=0: F2(12)=0+25=25;

X2=1: F2(12)=1+25=26;

X2=2: F2(12)=4+25=29;

X2=3: F2(12)=6+25=31;

X2=4: F2(12)=12+25=37;

X2=5: F2(12)=15+25=40;

X2=6: F2(12)=18+25=43;

X2=7: F2(12)=21+20=41;

X2=8: F2(12)=24+16=40;

X2=9: F2(12)=27+12=39;

X2=10: F2(12)=30+0=30;

X2=11: F2(12)=33+0=33;

X2=12: F2(12)=36+0=36;

max(F2(12)) = 43.

A = 13.

X2=0: F2(13)=0+25=25;

X2=1: F2(13)=1+25=26;

X2=2: F2(13)=4+25=29;

X2=3: F2(13)=6+25=31;

X2=4: F2(13)=12+25=37;

X2=5: F2(13)=15+25=40;

X2=6: F2(13)=18+25=43;

X2=7: F2(13)=21+25=46;

X2=8: F2(13)=24+20=44;

X2=9: F2(13)=27+16=43;

X2=10: F2(13)=30+12=42;

X2=11: F2(13)=33+0=33;

X2=12: F2(13)=36+0=36;

X2=13: F2(13)=39+0=39;

max(F2(13)) = 46.

A = 14.

X2=0: F2(14)=0+25=25;

X2=1: F2(14)=1+25=26;

X2=2: F2(14)=4+25=29;

X2=3: F2(14)=6+25=31;

X2=4: F2(14)=12+25=37;

X2=5: F2(14)=15+25=40;

X2=6: F2(14)=18+25=43;

X2=7: F2(14)=21+25=46;

X2=8: F2(14)=24+25=49;

X2=9: F2(14)=27+20=47;

X2=10: F2(14)=30+16=46;

X2=11: F2(14)=33+12=45;

X2=12: F2(14)=36+0=36;

X2=13: F2(14)=39+0=39;

X2=14: F2(14)=42+0=42;

max(F2(14)) = 49.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+0=0;

max(F3(A)) = 0.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+1=1;

X3=1: F3(A)=5+0=5;

max(F3(A)) = 5.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+4=4;

X3=1: F3(A)=5+1=6;

X3=2: F3(A)=10+0=10;

max(F3(A)) = 10.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+12=12;

X3=1: F3(A)=5+4=9;

X3=2: F3(A)=10+1=11;

X3=3: F3(A)=6+0=6;

max(F3(A)) = 12.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+16=16;

X3=1: F3(A)=5+12=17;

X3=2: F3(A)=10+4=14;

X3=3: F3(A)=6+1=7;

X3=4: F3(A)=8+0=8;

max(F3(A)) = 17.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+20=20;

X3=1: F3(A)=5+16=21;

X3=2: F3(A)=10+12=22;

X3=3: F3(A)=6+4=10;

X3=4: F3(A)=8+1=9;

X3=5: F3(A)=10+0=10;

max(F3(A)) = 22.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+25=25;

X3=1: F3(A)=5+20=25;

X3=2: F3(A)=10+16=26;

X3=3: F3(A)=6+12=18;

X3=4: F3(A)=8+4=12;

X3=5: F3(A)=10+1=11;

X3=6: F3(A)=12+0=12;

max(F3(A)) = 26.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+26=26;

X3=1: F3(A)=5+25=30;

X3=2: F3(A)=10+20=30;

X3=3: F3(A)=6+16=22;

X3=4: F3(A)=8+12=20;

X3=5: F3(A)=10+4=14;

X3=6: F3(A)=12+1=13;

X3=7: F3(A)=14+0=14;

max(F3(A)) = 30.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+29=29;

X3=1: F3(A)=5+26=31;

X3=2: F3(A)=10+25=35;

X3=3: F3(A)=6+20=26;

X3=4: F3(A)=8+16=24;

X3=5: F3(A)=10+12=22;

X3=6: F3(A)=12+4=16;

X3=7: F3(A)=14+1=15;

X3=8: F3(A)=16+0=16;

max(F3(A)) = 35.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+32=32;

X3=1: F3(A)=5+29=34;

X3=2: F3(A)=10+26=36;

X3=3: F3(A)=6+25=31;

X3=4: F3(A)=8+20=28;

X3=5: F3(A)=10+16=26;

X3=6: F3(A)=12+12=24;

X3=7: F3(A)=14+4=18;

X3=8: F3(A)=16+1=17;

X3=9: F3(A)=18+0=18;

max(F3(A)) = 36.

A = 10.

X3=0: F3(A)=0+37=37;

X3=1: F3(A)=5+32=37;

X3=2: F3(A)=10+29=39;

X3=3: F3(A)=6+26=32;

X3=4: F3(A)=8+25=33;

X3=5: F3(A)=10+20=30;

X3=6: F3(A)=12+16=28;

X3=7: F3(A)=14+12=26;

X3=8: F3(A)=16+4=20;

X3=9: F3(A)=18+1=19;

X3=10: F3(A)=20+0=20;

max(F3(A)) = 39.

A = 11.

X3=0: F3(A)=0+40=40;

X3=1: F3(A)=5+37=42;

X3=2: F3(A)=10+32=42;

X3=3: F3(A)=6+29=35;

X3=4: F3(A)=8+26=34;

X3=5: F3(A)=10+25=35;

X3=6: F3(A)=12+20=32;

X3=7: F3(A)=14+16=30;

X3=8: F3(A)=16+12=28;

X3=9: F3(A)=18+4=22;

X3=10: F3(A)=20+1=21;

X3=11: F3(A)=22+0=22;

max(F3(A)) = 42.

A = 12.

X3=0: F3(A)=0+43=43;

X3=1: F3(A)=5+40=45;

X3=2: F3(A)=10+37=47;

X3=3: F3(A)=6+32=38;

X3=4: F3(A)=8+29=37;

X3=5: F3(A)=10+26=36;

X3=6: F3(A)=12+25=37;

X3=7: F3(A)=14+20=34;

X3=8: F3(A)=16+16=32;

X3=9: F3(A)=18+12=30;

X3=10: F3(A)=20+4=24;

X3=11: F3(A)=22+1=23;

X3=12: F3(A)=24+0=24;

max(F3(A)) = 47.

A = 13.

X3=0: F3(A)=0+46=46;

X3=1: F3(A)=5+43=48;

X3=2: F3(A)=10+40=50;

X3=3: F3(A)=6+37=43;

X3=4: F3(A)=8+32=40;

X3=5: F3(A)=10+29=39;

X3=6: F3(A)=12+26=38;

X3=7: F3(A)=14+25=39;

X3=8: F3(A)=16+20=36;

X3=9: F3(A)=18+16=34;

X3=10: F3(A)=20+12=32;

X3=11: F3(A)=22+4=26;

X3=12: F3(A)=24+1=25;

X3=13: F3(A)=26+0=26;

max(F3(A)) = 50.

A = 14.

X3=0: F3(A)=0+49=49;

X3=1: F3(A)=5+46=51;

X3=2: F3(A)=10+43=53;

X3=3: F3(A)=6+40=46;

X3=4: F3(A)=8+37=45;

X3=5: F3(A)=10+32=42;

X3=6: F3(A)=12+29=41;

X3=7: F3(A)=14+26=40;

X3=8: F3(A)=16+25=41;

X3=9: F3(A)=18+20=38;

X3=10: F3(A)=20+16=36;

X3=11: F3(A)=22+12=34;

X3=12: F3(A)=24+4=28;

X3=13: F3(A)=26+1=27;

X3=14: F3(A)=28+0=28;

max(F3(A)) = 53.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 1.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+5=6;

X4=1: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 6.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+10=11;

X4=1: F4(A)=1+5=6;

X4=2: F4(A)=6+0=6;

max(F4(A)) = 11.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+12=13;

X4=1: F4(A)=1+10=11;

X4=2: F4(A)=6+5=11;

X4=3: F4(A)=9+0=9;

max(F4(A)) = 13.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+17=18;

X4=1: F4(A)=1+12=13;

X4=2: F4(A)=6+10=16;

X4=3: F4(A)=9+5=14;

X4=4: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 18.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+22=23;

X4=1: F4(A)=1+17=18;

X4=2: F4(A)=6+12=18;

X4=3: F4(A)=9+10=19;

X4=4: F4(A)=10+5=15;

X4=5: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 23.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+26=27;

X4=1: F4(A)=1+22=23;

X4=2: F4(A)=6+17=23;

X4=3: F4(A)=9+12=21;

X4=4: F4(A)=10+10=20;

X4=5: F4(A)=10+5=15;

X4=6: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 27.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+30=31;

X4=1: F4(A)=1+26=27;

X4=2: F4(A)=6+22=28;

X4=3: F4(A)=9+17=26;

X4=4: F4(A)=10+12=22;

X4=5: F4(A)=10+10=20;

X4=6: F4(A)=10+5=15;

X4=7: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 31.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+35=36;

X4=1: F4(A)=1+30=31;

X4=2: F4(A)=6+26=32;

X4=3: F4(A)=9+22=31;

X4=4: F4(A)=10+17=27;

X4=5: F4(A)=10+12=22;

X4=6: F4(A)=10+10=20;

X4=7: F4(A)=10+5=15;

X4=8: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 36.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+36=37;

X4=1: F4(A)=1+35=36;

X4=2: F4(A)=6+30=36;

X4=3: F4(A)=9+26=35;

X4=4: F4(A)=10+22=32;

X4=5: F4(A)=10+17=27;

X4=6: F4(A)=10+12=22;

X4=7: F4(A)=10+10=20;

X4=8: F4(A)=10+5=15;

X4=9: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 37.

A = 10.

X4=0: F4(A)=1+39=40;

X4=1: F4(A)=1+36=37;

X4=2: F4(A)=6+35=41;

X4=3: F4(A)=9+30=39;

X4=4: F4(A)=10+26=36;

X4=5: F4(A)=10+22=32;

X4=6: F4(A)=10+17=27;

X4=7: F4(A)=10+12=22;

X4=8: F4(A)=10+10=20;

X4=9: F4(A)=10+5=15;

X4=10: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 41.

A = 11.

X4=0: F4(A)=1+42=43;

X4=1: F4(A)=1+39=40;

X4=2: F4(A)=6+36=42;

X4=3: F4(A)=9+35=44;

X4=4: F4(A)=10+30=40;

X4=5: F4(A)=10+26=36;

X4=6: F4(A)=10+22=32;

X4=7: F4(A)=10+17=27;

X4=8: F4(A)=10+12=22;

X4=9: F4(A)=10+10=20;

X4=10: F4(A)=10+5=15;

X4=11: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 44.

A = 12.

X4=0: F4(A)=1+47=48;

X4=1: F4(A)=1+42=43;

X4=2: F4(A)=6+39=45;

X4=3: F4(A)=9+36=45;

X4=4: F4(A)=10+35=45;

X4=5: F4(A)=10+30=40;

X4=6: F4(A)=10+26=36;

X4=7: F4(A)=10+22=32;

X4=8: F4(A)=10+17=27;

X4=9: F4(A)=10+12=22;

X4=10: F4(A)=10+10=20;

X4=11: F4(A)=10+5=15;

X4=12: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 48.

A = 13.

X4=0: F4(A)=1+50=51;

X4=1: F4(A)=1+47=48;

X4=2: F4(A)=6+42=48;

X4=3: F4(A)=9+39=48;

X4=4: F4(A)=10+36=46;

X4=5: F4(A)=10+35=45;

X4=6: F4(A)=10+30=40;

X4=7: F4(A)=10+26=36;

X4=8: F4(A)=10+22=32;

X4=9: F4(A)=10+17=27;

X4=10: F4(A)=10+12=22;

X4=11: F4(A)=10+10=20;

X4=12: F4(A)=10+5=15;

X4=13: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 51.

A = 14.

X4=0: F4(A)=1+53=54;

X4=1: F4(A)=1+50=51;

X4=2: F4(A)=6+47=53;

X4=3: F4(A)=9+42=51;

X4=4: F4(A)=10+39=49;

X4=5: F4(A)=10+36=46;

X4=6: F4(A)=10+35=45;

X4=7: F4(A)=10+30=40;

X4=8: F4(A)=10+26=36;

X4=9: F4(A)=10+22=32;

X4=10: F4(A)=10+17=27;

X4=11: F4(A)=10+12=22;

X4=12: F4(A)=10+10=20;

X4=13: F4(A)=10+5=15;

X4=14: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 54.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(14)=54, x4=0.

F4(14)-F4(A)=54-1=53.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(14)=53, х3=2.

F3(14)-f3(2)=53-10=43.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(12)=43, х2=6.

F2(12)-f2(6)=43-18=25.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(6)=25, х1=6.

F1(0)-f1(0)=25-25=0.

**Контрольне завдання № \_9\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження третього пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому пристрою. Результат роботи другого і третього передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3. р2 = 0.5

***Розв’язання***

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 7 + 0.25 + 1.75 + 1 = 10.

Необхідно знайти тільки третю змінну.

P3 =

P3 = 17.5% - коефіцієнт завантаження третього пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано дискретний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.1 с трансформувати процес в неперервний.

0.5 0 0.5

0.3 0.7 0

0 0.2 0.8

***Розв’язання***

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.3

= 0.5

= 0.7

= 0.8

= 0.2

= 0.5

Визначення інтенсивностей переходів для неперервного марківського процесу:

Граф неперервного марківського процесу:

= 3.6

= 2.2

= 7

**3)** Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції **f**1(*x*1)+**f**2(*x*2)+**f**3(*x*3)+ **f**4(*x*4). Задані функції: **f**1(*x*1) = 0, якщо *x*1<=2, **f**1(*x*1) = 4∙*x*1, якщо 2< *x*1< 6 і **f**1(*x*1) = 25, якщо *x*1>=6; **f**2(*x*2) = *x*2, якщо *x*2<2, **f**2(*x*2) = 2∙*x*2, якщо 2≤ *x*2< 4, **f**2(*x*2) = 3∙*x*2 *x*2>=4; **f**3(*x*3) = 5∙*x*3, якщо *x*3≤2, інакше **f**3(*x*3) = 2∙*x*3, **f**4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, **f**4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<4, **f**4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<10.

Замінено:

**f4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, f4(*x*4)=3∙x4, якщо 1<= *x*4<4, f4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4**.

На:

**f4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, f4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<4, f4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4.**

***Розв’язання***

Ресурс А=9.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 5 | 1 |
| 2 | 0 | 4 | 10 | 6 |
| 3 | 12 | 6 | 6 | 9 |
| 4 | 16 | 12 | 8 | 10 |
| 5 | 20 | 15 | 10 | 10 |
| 6 | 25 | 18 | 12 | 10 |
| 7 | 25 | 21 | 14 | 10 |
| 8 | 25 | 24 | 16 | 10 |
| 9 | 25 | 27 | 18 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 5 | 1 | 6 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 2 | 10 | 2 | 11 | 0 |
| 3 | 12 | 3 | 12 | 0 | 12 | 0 | 13 | 0 |
| 4 | 16 | 4 | 16 | 0 | 17 | 1 | 18 | 0 |
| 5 | 20 | 5 | 20 | 0 | 22 | 2 | 23 | 0 |
| 6 | 25 | 6 | 25 | 0 | 26 | 2 | 27 | 0 |
| 7 | 25 | 7 | 26 | 1 | 30 | 2 | 31 | 0 |
| 8 | 25 | 8 | 29 | 2 | 35 | 2 | 36 | 0 |
| 9 | 25 | 9 | 32 | 4 | 36 | 2 | 37 | 0 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

max(F2(A)) = 0.

A = 1.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

max(F2(A)) = 1.

A = 2.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

X2=2: F2(A)=4+0=4;

max(F2(A)) = 4.

A = 3.

X2=0: F2(A)=0+12=12;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

X2=2: F2(A)=4+0=4;

X2=3: F2(A)=6+0=6;

max(F2(A)) = 12.

A = 4.

X2=0: F2(A)=0+16=16;

X2=1: F2(A)=1+12=13;

X2=2: F2(A)=4+0=4;

X2=3: F2(A)=6+0=6;

X2=4: F2(A)=12+0=12;

max(F2(A)) = 16.

A = 5.

X2=0: F2(A)=0+20=20;

X2=1: F2(A)=1+16=17;

X2=2: F2(A)=4+12=16;

X2=3: F2(A)=6+0=6;

X2=4: F2(A)=12+0=12;

X2=5: F2(A)=15+0=15;

max(F2(A)) = 20.

A = 6.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+20=21;

X2=2: F2(A)=4+16=20;

X2=3: F2(A)=6+12=18;

X2=4: F2(A)=12+0=12;

X2=5: F2(A)=15+0=15;

X2=6: F2(A)=18+0=18;

max(F2(A)) = 25.

A = 7.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+20=24;

X2=3: F2(A)=6+16=22;

X2=4: F2(A)=12+12=24;

X2=5: F2(A)=15+0=15;

X2=6: F2(A)=18+0=18;

X2=7: F2(A)=21+0=21;

max(F2(A)) = 26.

A = 8.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+25=29;

X2=3: F2(A)=6+20=26;

X2=4: F2(A)=12+16=28;

X2=5: F2(A)=15+12=27;

X2=6: F2(A)=18+0=18;

X2=7: F2(A)=21+0=21;

X2=8: F2(A)=24+0=24;

max(F2(A)) = 29.

A = 9.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+25=29;

X2=3: F2(A)=6+25=31;

X2=4: F2(A)=12+20=32;

X2=5: F2(A)=15+16=31;

X2=6: F2(A)=18+12=30;

X2=7: F2(A)=21+0=21;

X2=8: F2(A)=24+0=24;

X2=9: F2(A)=27+0=27;

max(F2(A)) = 32.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+0=0;

max(F3(A)) = 0.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+1=1;

X3=1: F3(A)=5+0=5;

max(F3(A)) = 5.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+4=4;

X3=1: F3(A)=5+1=6;

X3=2: F3(A)=10+0=10;

max(F3(A)) = 10.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+12=12;

X3=1: F3(A)=5+4=9;

X3=2: F3(A)=10+1=11;

X3=3: F3(A)=6+0=6;

max(F3(A)) = 12.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+16=16;

X3=1: F3(A)=5+12=17;

X3=2: F3(A)=10+4=14;

X3=3: F3(A)=6+1=7;

X3=4: F3(A)=8+0=8;

max(F3(A)) = 17.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+20=20;

X3=1: F3(A)=5+16=21;

X3=2: F3(A)=10+12=22;

X3=3: F3(A)=6+4=10;

X3=4: F3(A)=8+1=9;

X3=5: F3(A)=10+0=10;

max(F3(A)) = 22.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+25=25;

X3=1: F3(A)=5+20=25;

X3=2: F3(A)=10+16=26;

X3=3: F3(A)=6+12=18;

X3=4: F3(A)=8+4=12;

X3=5: F3(A)=10+1=11;

X3=6: F3(A)=12+0=12;

max(F3(A)) = 26.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+26=26;

X3=1: F3(A)=5+25=30;

X3=2: F3(A)=10+20=30;

X3=3: F3(A)=6+16=22;

X3=4: F3(A)=8+12=20;

X3=5: F3(A)=10+4=14;

X3=6: F3(A)=12+1=13;

X3=7: F3(A)=14+0=14;

max(F3(A)) = 30.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+29=29;

X3=1: F3(A)=5+26=31;

X3=2: F3(A)=10+25=35;

X3=3: F3(A)=6+20=26;

X3=4: F3(A)=8+16=24;

X3=5: F3(A)=10+12=22;

X3=6: F3(A)=12+4=16;

X3=7: F3(A)=14+1=15;

X3=8: F3(A)=16+0=16;

max(F3(A)) = 35.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+32=32;

X3=1: F3(A)=5+29=34;

X3=2: F3(A)=10+26=36;

X3=3: F3(A)=6+25=31;

X3=4: F3(A)=8+20=28;

X3=5: F3(A)=10+16=26;

X3=6: F3(A)=12+12=24;

X3=7: F3(A)=14+4=18;

X3=8: F3(A)=16+1=17;

X3=9: F3(A)=18+0=18;

max(F3(A)) = 36.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 1.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+5=6;

X4=1: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 6.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+10=11;

X4=1: F4(A)=1+5=6;

X4=2: F4(A)=6+0=6;

max(F4(A)) = 11.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+12=13;

X4=1: F4(A)=1+10=11;

X4=2: F4(A)=6+5=11;

X4=3: F4(A)=9+0=9;

max(F4(A)) = 13.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+17=18;

X4=1: F4(A)=1+12=13;

X4=2: F4(A)=6+10=16;

X4=3: F4(A)=9+5=14;

X4=4: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 18.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+22=23;

X4=1: F4(A)=1+17=18;

X4=2: F4(A)=6+12=18;

X4=3: F4(A)=9+10=19;

X4=4: F4(A)=10+5=15;

X4=5: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 23.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+26=27;

X4=1: F4(A)=1+22=23;

X4=2: F4(A)=6+17=23;

X4=3: F4(A)=9+12=21;

X4=4: F4(A)=10+10=20;

X4=5: F4(A)=10+5=15;

X4=6: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 27.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+30=31;

X4=1: F4(A)=1+26=27;

X4=2: F4(A)=6+22=28;

X4=3: F4(A)=9+17=26;

X4=4: F4(A)=10+12=22;

X4=5: F4(A)=10+10=20;

X4=6: F4(A)=10+5=15;

X4=7: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 31.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+35=36;

X4=1: F4(A)=1+30=31;

X4=2: F4(A)=6+26=32;

X4=3: F4(A)=9+22=31;

X4=4: F4(A)=10+17=27;

X4=5: F4(A)=10+12=22;

X4=6: F4(A)=10+10=20;

X4=7: F4(A)=10+5=15;

X4=8: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 36.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+36=37;

X4=1: F4(A)=1+35=36;

X4=2: F4(A)=6+30=36;

X4=3: F4(A)=9+26=35;

X4=4: F4(A)=10+22=32;

X4=5: F4(A)=10+17=27;

X4=6: F4(A)=10+12=22;

X4=7: F4(A)=10+10=20;

X4=8: F4(A)=10+5=15;

X4=9: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 37.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(9)=37, x4=0.

F4(9)-F4(A)=37-1=36.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(9)=36, х3=2.

F3(9)-f3(2)=36-10=26.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(7)=26, х2=1.

F2(7)-f2(1)=26-1=25.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(6)=25, х1=6.

F1(0)-f1(6)=25-25=0.

**Контрольне завдання № \_10\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження другого пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому пристрою. Результат роботи другого і третього передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3. р2 = 0.5

***Розв’язання***

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 7 + 0.25 + 1.75 + 1 = 10.

Необхідно знайти тільки другу змінну.

P2 =

P3 = 12.5% - коефіцієнт завантаження другого пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано неперервний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.1 с трансформувати процес в дискретний.

0 2 0

2 0 1

1 4 0

***Розв’язання***

Граф неперервного марківського процесу:

= 2

= 1

= 1

= 2

= 4

Визначення ймовірностей переходів для дискретного марківського процесу:

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.18

= 0.08

= 0.09

= 0.82

= 0.74

= 0.61

= 0.17

= 0.31

**3)** Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції **f**1(*x*1)+**f**2(*x*2)+**f**3(*x*3)+ **f**4(*x*4). Задані функції: **f**1(*x*1) = 1, якщо *x*1<=2, **f**1(*x*1) = 4∙*x*1, якщо 2< *x*1< 6 і **f**1(*x*1) = 25, якщо *x*1>=6; **f**2(*x*2) = *x*2, якщо *x*2<2, **f**2(*x*2) = 2∙*x*2, якщо 2≤ *x*2< 4, **f**2(*x*2) = 3∙*x*2 *x*2>=4; **f**3(*x*3) = 5∙*x*3, якщо *x*3≤2, інакше **f**3(*x*3) = 2∙*x*3, **f**4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, **f**4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<5, **f**4(*x*4)=10, якщо *x*4>=5. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<12.

Замінено:

**f4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, f4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<5, f4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4.**

На:

**f4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, f4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<5, f4(*x*4)=10, якщо *x*4>=5.**

***Розв’язання***

Ресурс А=11.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 5 | 1 |
| 2 | 0 | 4 | 10 | 6 |
| 3 | 12 | 6 | 6 | 9 |
| 4 | 16 | 12 | 8 | 12 |
| 5 | 20 | 15 | 10 | 10 |
| 6 | 25 | 18 | 12 | 10 |
| 7 | 25 | 21 | 14 | 10 |
| 8 | 25 | 24 | 16 | 10 |
| 9 | 25 | 27 | 18 | 10 |
| 10 | 25 | 30 | 20 | 10 |
| 11 | 25 | 33 | 22 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 3 | 5 | 1 | 6 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 2 | 10 | 2 | 11 | 0 |
| 3 | 12 | 3 | 12 | 0 | 12 | 0 | 13 | 0 |
| 4 | 16 | 4 | 16 | 0 | 17 | 1 | 18 | 0 |
| 5 | 20 | 5 | 20 | 0 | 22 | 2 | 23 | 0 |
| 6 | 25 | 6 | 25 | 0 | 26 | 2 | 27 | 0 |
| 7 | 25 | 7 | 26 | 1 | 30 | 2 | 31 | 0 |
| 8 | 25 | 8 | 29 | 2 | 35 | 2 | 36 | 0 |
| 9 | 25 | 9 | 32 | 4 | 36 | 2 | 37 | 0 |
| 10 | 25 | 10 | 37 | 4 | 39 | 2 | 41 | 2 |
| 11 | 25 | 11 | 40 | 5 | 42 | 2 | 44 | 3 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

max(F2(A)) = 0.

A = 1.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

max(F2(A)) = 1.

A = 2.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

X2=2: F2(A)=4+0=4;

max(F2(A)) = 4.

A = 3.

X2=0: F2(A)=0+12=12;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

X2=2: F2(A)=4+0=4;

X2=3: F2(A)=6+0=6;

max(F2(A)) = 12.

A = 4.

X2=0: F2(A)=0+16=16;

X2=1: F2(A)=1+12=13;

X2=2: F2(A)=4+0=4;

X2=3: F2(A)=6+0=6;

X2=4: F2(A)=12+0=12;

max(F2(A)) = 16.

A = 5.

X2=0: F2(A)=0+20=20;

X2=1: F2(A)=1+16=17;

X2=2: F2(A)=4+12=16;

X2=3: F2(A)=6+0=6;

X2=4: F2(A)=12+0=12;

X2=5: F2(A)=15+0=15;

max(F2(A)) = 20.

A = 6.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+20=21;

X2=2: F2(A)=4+16=20;

X2=3: F2(A)=6+12=18;

X2=4: F2(A)=12+0=12;

X2=5: F2(A)=15+0=15;

X2=6: F2(A)=18+0=18;

max(F2(A)) = 25.

A = 7.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+20=24;

X2=3: F2(A)=6+16=22;

X2=4: F2(A)=12+12=24;

X2=5: F2(A)=15+0=15;

X2=6: F2(A)=18+0=18;

X2=7: F2(A)=21+0=21;

max(F2(A)) = 26.

A = 8.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+25=29;

X2=3: F2(A)=6+20=26;

X2=4: F2(A)=12+16=28;

X2=5: F2(A)=15+12=27;

X2=6: F2(A)=18+0=18;

X2=7: F2(A)=21+0=21;

X2=8: F2(A)=24+0=24;

max(F2(A)) = 29.

A = 9.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+25=29;

X2=3: F2(A)=6+25=31;

X2=4: F2(A)=12+20=32;

X2=5: F2(A)=15+16=31;

X2=6: F2(A)=18+12=30;

X2=7: F2(A)=21+0=21;

X2=8: F2(A)=24+0=24;

X2=9: F2(A)=27+0=27;

max(F2(A)) = 32.

A = 10.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+25=29;

X2=3: F2(A)=6+25=31;

X2=4: F2(A)=12+25=37;

X2=5: F2(A)=15+20=35;

X2=6: F2(A)=18+16=34;

X2=7: F2(A)=21+12=33;

X2=8: F2(A)=24+0=24;

X2=9: F2(A)=27+0=27;

X2=10: F2(A)=30+0=30;

max(F2(A)) = 37.

A = 11.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=4+25=29;

X2=3: F2(A)=6+25=31;

X2=4: F2(A)=12+25=37;

X2=5: F2(A)=15+25=40;

X2=6: F2(A)=18+20=38;

X2=7: F2(A)=21+16=37;

X2=8: F2(A)=24+12=36;

X2=9: F2(A)=27+0=27;

X2=10: F2(A)=30+0=30;

X2=11: F2(A)=33+0=33;

max(F2(A)) = 40.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+0=0;

max(F3(A)) = 0.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+1=1;

X3=1: F3(A)=5+0=5;

max(F3(A)) = 5.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+4=4;

X3=1: F3(A)=5+1=6;

X3=2: F3(A)=10+0=10;

max(F3(A)) = 10.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+12=12;

X3=1: F3(A)=5+4=9;

X3=2: F3(A)=10+1=11;

X3=3: F3(A)=6+0=6;

max(F3(A)) = 12.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+16=16;

X3=1: F3(A)=5+12=17;

X3=2: F3(A)=10+4=14;

X3=3: F3(A)=6+1=7;

X3=4: F3(A)=8+0=8;

max(F3(A)) = 17.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+20=20;

X3=1: F3(A)=5+16=21;

X3=2: F3(A)=10+12=22;

X3=3: F3(A)=6+4=10;

X3=4: F3(A)=8+1=9;

X3=5: F3(A)=10+0=10;

max(F3(A)) = 22.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+25=25;

X3=1: F3(A)=5+20=25;

X3=2: F3(A)=10+16=26;

X3=3: F3(A)=6+12=18;

X3=4: F3(A)=8+4=12;

X3=5: F3(A)=10+1=11;

X3=6: F3(A)=12+0=12;

max(F3(A)) = 26.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+26=26;

X3=1: F3(A)=5+25=30;

X3=2: F3(A)=10+20=30;

X3=3: F3(A)=6+16=22;

X3=4: F3(A)=8+12=20;

X3=5: F3(A)=10+4=14;

X3=6: F3(A)=12+1=13;

X3=7: F3(A)=14+0=14;

max(F3(A)) = 30.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+29=29;

X3=1: F3(A)=5+26=31;

X3=2: F3(A)=10+25=35;

X3=3: F3(A)=6+20=26;

X3=4: F3(A)=8+16=24;

X3=5: F3(A)=10+12=22;

X3=6: F3(A)=12+4=16;

X3=7: F3(A)=14+1=15;

X3=8: F3(A)=16+0=16;

max(F3(A)) = 35.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+32=32;

X3=1: F3(A)=5+29=34;

X3=2: F3(A)=10+26=36;

X3=3: F3(A)=6+25=31;

X3=4: F3(A)=8+20=28;

X3=5: F3(A)=10+16=26;

X3=6: F3(A)=12+12=24;

X3=7: F3(A)=14+4=18;

X3=8: F3(A)=16+1=17;

X3=9: F3(A)=18+0=18;

max(F3(A)) = 36.

A = 10.

X3=0: F3(A)=0+37=37;

X3=1: F3(A)=5+32=37;

X3=2: F3(A)=10+29=39;

X3=3: F3(A)=6+26=32;

X3=4: F3(A)=8+25=33;

X3=5: F3(A)=10+20=30;

X3=6: F3(A)=12+16=28;

X3=7: F3(A)=14+12=26;

X3=8: F3(A)=16+4=20;

X3=9: F3(A)=18+1=19;

X3=10: F3(A)=20+0=20;

max(F3(A)) = 39.

A = 11.

X3=0: F3(A)=0+40=40;

X3=1: F3(A)=5+37=42;

X3=2: F3(A)=10+32=42;

X3=3: F3(A)=6+29=35;

X3=4: F3(A)=8+26=34;

X3=5: F3(A)=10+25=35;

X3=6: F3(A)=12+20=32;

X3=7: F3(A)=14+16=30;

X3=8: F3(A)=16+12=28;

X3=9: F3(A)=18+4=22;

X3=10: F3(A)=20+1=21;

X3=11: F3(A)=22+0=22;

max(F3(A)) = 42.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 1.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+5=6;

X4=1: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 6.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+10=11;

X4=1: F4(A)=1+5=6;

X4=2: F4(A)=6+0=6;

max(F4(A)) = 11.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+12=13;

X4=1: F4(A)=1+10=11;

X4=2: F4(A)=6+5=11;

X4=3: F4(A)=9+0=9;

max(F4(A)) = 13.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+17=18;

X4=1: F4(A)=1+12=13;

X4=2: F4(A)=6+10=16;

X4=3: F4(A)=9+5=14;

X4=4: F4(A)=12+0=12;

max(F4(A)) = 18.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+22=23;

X4=1: F4(A)=1+17=18;

X4=2: F4(A)=6+12=18;

X4=3: F4(A)=9+10=19;

X4=4: F4(A)=12+5=17;

X4=5: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 23.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+26=27;

X4=1: F4(A)=1+22=23;

X4=2: F4(A)=6+17=23;

X4=3: F4(A)=9+12=21;

X4=4: F4(A)=12+10=22;

X4=5: F4(A)=10+5=15;

X4=6: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 27.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+30=31;

X4=1: F4(A)=1+26=27;

X4=2: F4(A)=6+22=28;

X4=3: F4(A)=9+17=26;

X4=4: F4(A)=12+12=24;

X4=5: F4(A)=10+10=20;

X4=6: F4(A)=10+5=15;

X4=7: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 31.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+35=36;

X4=1: F4(A)=1+30=31;

X4=2: F4(A)=6+26=32;

X4=3: F4(A)=9+22=31;

X4=4: F4(A)=12+17=29;

X4=5: F4(A)=10+12=22;

X4=6: F4(A)=10+10=20;

X4=7: F4(A)=10+5=15;

X4=8: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 36.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+36=37;

X4=1: F4(A)=1+35=36;

X4=2: F4(A)=6+30=36;

X4=3: F4(A)=9+26=35;

X4=4: F4(A)=12+22=34;

X4=5: F4(A)=10+17=27;

X4=6: F4(A)=10+12=22;

X4=7: F4(A)=10+10=20;

X4=8: F4(A)=10+5=15;

X4=9: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 37.

A = 10.

X4=0: F4(A)=1+39=40;

X4=1: F4(A)=1+36=37;

X4=2: F4(A)=6+35=41;

X4=3: F4(A)=9+30=39;

X4=4: F4(A)=12+26=38;

X4=5: F4(A)=10+22=32;

X4=6: F4(A)=10+17=27;

X4=7: F4(A)=10+12=22;

X4=8: F4(A)=10+10=20;

X4=9: F4(A)=10+5=15;

X4=10: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 41.

A = 11.

X4=0: F4(A)=1+42=43;

X4=1: F4(A)=1+39=40;

X4=2: F4(A)=6+36=42;

X4=3: F4(A)=9+35=44;

X4=4: F4(A)=12+30=42;

X4=5: F4(A)=10+26=36;

X4=6: F4(A)=10+22=32;

X4=7: F4(A)=10+17=27;

X4=8: F4(A)=10+12=22;

X4=9: F4(A)=10+10=20;

X4=10: F4(A)=10+5=15;

X4=11: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 44.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(11)=44, x4=3.

F4(11)-f4(3)=44-9=35.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(8)=35, х3=2.

F3(8)-f3(2)=35-10=25.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(6)=25, х2=0.

F2(6)-F2(A)=25-0=25.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(6)=25, х1=6.

F1(6)-f1(6)=25-25=0.

**Контрольне завдання № \_11\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження першого пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому пристрою. Результат роботи другого і третього передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3. р2 = 0.5

***Розв’язання***

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 7 + 0.25 + 1.75 + 1 = 10.

Необхідно знайти тільки першу змінну.

P1 =

P3 = 70% - коефіцієнт завантаження першого пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано неперервний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.3 с трансформувати процес в дискретний.

0 2 0

0 0 0.5

1 0 0

***Розв’язання***

Граф неперервного марківського процесу:

= 2

= 0.5

= 1

Визначення ймовірностей переходів для дискретного марківського процесу:

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.18

= 0.08

= 0.09

= 0.82

= 0.74

= 0.61

= 0.17

= 0.31

**3)** Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції **f**1(*x*1)+**f**2(*x*2)+**f**3(*x*3)+ **f**4(*x*4). Задані функції: **f**1(*x*1) = 0, якщо *x*1<=2, **f**1(*x*1) = 4∙*x*1, якщо 2< *x*1< 6 і **f**1(*x*1) = 25, якщо *x*1>=6; **f**2(*x*2) = *x*2, якщо *x*2<2, **f**2(*x*2) = *x*22-2, якщо *x*2>=2; **f**3(*x*3) = 2∙*x*3, **f**4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, **f**4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<4, **f**4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<17.

Замінено:

**Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<16.**

На:

**Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<17.**

***Розв’язання***

Ресурс А=16.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 0 | 2 | 4 | 6 |
| 3 | 12 | 7 | 6 | 9 |
| 4 | 16 | 14 | 8 | 10 |
| 5 | 20 | 23 | 10 | 10 |
| 6 | 25 | 34 | 12 | 10 |
| 7 | 25 | 47 | 14 | 10 |
| 8 | 25 | 62 | 16 | 10 |
| 9 | 25 | 79 | 18 | 10 |
| 10 | 25 | 98 | 20 | 10 |
| 11 | 25 | 119 | 22 | 10 |
| 12 | 25 | 142 | 24 | 10 |
| 13 | 25 | 167 | 26 | 10 |
| 14 | 25 | 194 | 28 | 10 |
| 15 | 25 | 223 | 30 | 10 |
| 16 | 25 | 254 | 32 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 2 | 2 | 4 | 2 | 6 | 2 |
| 3 | 12 | 3 | 12 | 0 | 12 | 0 | 13 | 0 |
| 4 | 16 | 4 | 16 | 0 | 16 | 0 | 17 | 0 |
| 5 | 20 | 5 | 23 | 5 | 23 | 0 | 24 | 0 |
| 6 | 25 | 6 | 34 | 6 | 34 | 0 | 35 | 0 |
| 7 | 25 | 7 | 47 | 7 | 47 | 0 | 48 | 0 |
| 8 | 25 | 8 | 62 | 8 | 62 | 0 | 63 | 0 |
| 9 | 25 | 9 | 79 | 9 | 79 | 0 | 80 | 0 |
| 10 | 25 | 10 | 98 | 10 | 98 | 0 | 99 | 0 |
| 11 | 25 | 11 | 119 | 11 | 119 | 0 | 120 | 0 |
| 12 | 25 | 12 | 142 | 12 | 142 | 0 | 143 | 0 |
| 13 | 25 | 13 | 167 | 13 | 167 | 0 | 168 | 0 |
| 14 | 25 | 14 | 194 | 14 | 194 | 0 | 195 | 0 |
| 15 | 25 | 15 | 223 | 15 | 223 | 0 | 224 | 0 |
| 16 | 25 | 16 | 254 | 16 | 254 | 0 | 255 | 0 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

max(F2(A)) = 0.

A = 1.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

max(F2(A)) = 1.

A = 2.

X2=0: F2(A)=0+0=0;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

X2=2: F2(A)=2+0=2;

max(F2(A)) = 2.

A = 3.

X2=0: F2(A)=0+12=12;

X2=1: F2(A)=1+0=1;

X2=2: F2(A)=2+0=2;

X2=3: F2(A)=7+0=7;

max(F2(A)) = 12.

A = 4.

X2=0: F2(A)=0+16=16;

X2=1: F2(A)=1+12=13;

X2=2: F2(A)=2+0=2;

X2=3: F2(A)=7+0=7;

X2=4: F2(A)=14+0=14;

max(F2(A)) = 16.

A = 5.

X2=0: F2(A)=0+20=20;

X2=1: F2(A)=1+16=17;

X2=2: F2(A)=2+12=14;

X2=3: F2(A)=7+0=7;

X2=4: F2(A)=14+0=14;

X2=5: F2(A)=23+0=23;

max(F2(A)) = 23.

A = 6.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+20=21;

X2=2: F2(A)=2+16=18;

X2=3: F2(A)=7+12=19;

X2=4: F2(A)=14+0=14;

X2=5: F2(A)=23+0=23;

X2=6: F2(A)=34+0=34;

max(F2(A)) = 34.

A = 7.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+20=22;

X2=3: F2(A)=7+16=23;

X2=4: F2(A)=14+12=26;

X2=5: F2(A)=23+0=23;

X2=6: F2(A)=34+0=34;

X2=7: F2(A)=47+0=47;

max(F2(A)) = 47.

A = 8.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+20=27;

X2=4: F2(A)=14+16=30;

X2=5: F2(A)=23+12=35;

X2=6: F2(A)=34+0=34;

X2=7: F2(A)=47+0=47;

X2=8: F2(A)=62+0=62;

max(F2(A)) = 62.

A = 9.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+20=34;

X2=5: F2(A)=23+16=39;

X2=6: F2(A)=34+12=46;

X2=7: F2(A)=47+0=47;

X2=8: F2(A)=62+0=62;

X2=9: F2(A)=79+0=79;

max(F2(A)) = 79.

A = 10.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+20=43;

X2=6: F2(A)=34+16=50;

X2=7: F2(A)=47+12=59;

X2=8: F2(A)=62+0=62;

X2=9: F2(A)=79+0=79;

X2=10: F2(A)=98+0=98;

max(F2(A)) = 98.

A = 11.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+25=48;

X2=6: F2(A)=34+20=54;

X2=7: F2(A)=47+16=63;

X2=8: F2(A)=62+12=74;

X2=9: F2(A)=79+0=79;

X2=10: F2(A)=98+0=98;

X2=11: F2(A)=119+0=119;

max(F2(A)) = 119.

A = 12.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+25=48;

X2=6: F2(A)=34+25=59;

X2=7: F2(A)=47+20=67;

X2=8: F2(A)=62+16=78;

X2=9: F2(A)=79+12=91;

X2=10: F2(A)=98+0=98;

X2=11: F2(A)=119+0=119;

X2=12: F2(A)=142+0=142;

max(F2(A)) = 142.

A = 13.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+25=48;

X2=6: F2(A)=34+25=59;

X2=7: F2(A)=47+25=72;

X2=8: F2(A)=62+20=82;

X2=9: F2(A)=79+16=95;

X2=10: F2(A)=98+12=110;

X2=11: F2(A)=119+0=119;

X2=12: F2(A)=142+0=142;

X2=13: F2(A)=167+0=167;

max(F2(A)) = 167.

A = 14.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+25=48;

X2=6: F2(A)=34+25=59;

X2=7: F2(A)=47+25=72;

X2=8: F2(A)=62+25=87;

X2=9: F2(A)=79+20=99;

X2=10: F2(A)=98+16=114;

X2=11: F2(A)=119+12=131;

X2=12: F2(A)=142+0=142;

X2=13: F2(A)=167+0=167;

X2=14: F2(A)=194+0=194;

max(F2(A)) = 194.

A = 15.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+25=48;

X2=6: F2(A)=34+25=59;

X2=7: F2(A)=47+25=72;

X2=8: F2(A)=62+25=87;

X2=9: F2(A)=79+25=104;

X2=10: F2(A)=98+20=118;

X2=11: F2(A)=119+16=135;

X2=12: F2(A)=142+12=154;

X2=13: F2(A)=167+0=167;

X2=14: F2(A)=194+0=194;

X2=15: F2(A)=223+0=223;

max(F2(A)) = 223.

A = 16.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+25=48;

X2=6: F2(A)=34+25=59;

X2=7: F2(A)=47+25=72;

X2=8: F2(A)=62+25=87;

X2=9: F2(A)=79+25=104;

X2=10: F2(A)=98+25=123;

X2=11: F2(A)=119+20=139;

X2=12: F2(A)=142+16=158;

X2=13: F2(A)=167+12=179;

X2=14: F2(A)=194+0=194;

X2=15: F2(A)=223+0=223;

X2=16: F2(A)=254+0=254;

max(F2(A)) = 254.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+0=0;

max(F3(A)) = 0.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+1=1;

X3=1: F3(A)=2+0=2;

max(F3(A)) = 2.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+2=2;

X3=1: F3(A)=2+1=3;

X3=2: F3(A)=4+0=4;

max(F3(A)) = 4.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+12=12;

X3=1: F3(A)=2+2=4;

X3=2: F3(A)=4+1=5;

X3=3: F3(A)=6+0=6;

max(F3(A)) = 12.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+16=16;

X3=1: F3(A)=2+12=14;

X3=2: F3(A)=4+2=6;

X3=3: F3(A)=6+1=7;

X3=4: F3(A)=8+0=8;

max(F3(A)) = 16.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+23=23;

X3=1: F3(A)=2+16=18;

X3=2: F3(A)=4+12=16;

X3=3: F3(A)=6+2=8;

X3=4: F3(A)=8+1=9;

X3=5: F3(A)=10+0=10;

max(F3(A)) = 23.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+34=34;

X3=1: F3(A)=2+23=25;

X3=2: F3(A)=4+16=20;

X3=3: F3(A)=6+12=18;

X3=4: F3(A)=8+2=10;

X3=5: F3(A)=10+1=11;

X3=6: F3(A)=12+0=12;

max(F3(A)) = 34.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+47=47;

X3=1: F3(A)=2+34=36;

X3=2: F3(A)=4+23=27;

X3=3: F3(A)=6+16=22;

X3=4: F3(A)=8+12=20;

X3=5: F3(A)=10+2=12;

X3=6: F3(A)=12+1=13;

X3=7: F3(A)=14+0=14;

max(F3(A)) = 47.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+62=62;

X3=1: F3(A)=2+47=49;

X3=2: F3(A)=4+34=38;

X3=3: F3(A)=6+23=29;

X3=4: F3(A)=8+16=24;

X3=5: F3(A)=10+12=22;

X3=6: F3(A)=12+2=14;

X3=7: F3(A)=14+1=15;

X3=8: F3(A)=16+0=16;

max(F3(A)) = 62.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+79=79;

X3=1: F3(A)=2+62=64;

X3=2: F3(A)=4+47=51;

X3=3: F3(A)=6+34=40;

X3=4: F3(A)=8+23=31;

X3=5: F3(A)=10+16=26;

X3=6: F3(A)=12+12=24;

X3=7: F3(A)=14+2=16;

X3=8: F3(A)=16+1=17;

X3=9: F3(A)=18+0=18;

max(F3(A)) = 79.

A = 10.

X3=0: F3(A)=0+98=98;

X3=1: F3(A)=2+79=81;

X3=2: F3(A)=4+62=66;

X3=3: F3(A)=6+47=53;

X3=4: F3(A)=8+34=42;

X3=5: F3(A)=10+23=33;

X3=6: F3(A)=12+16=28;

X3=7: F3(A)=14+12=26;

X3=8: F3(A)=16+2=18;

X3=9: F3(A)=18+1=19;

X3=10: F3(A)=20+0=20;

max(F3(A)) = 98.

A = 11.

X3=0: F3(A)=0+119=119;

X3=1: F3(A)=2+98=100;

X3=2: F3(A)=4+79=83;

X3=3: F3(A)=6+62=68;

X3=4: F3(A)=8+47=55;

X3=5: F3(A)=10+34=44;

X3=6: F3(A)=12+23=35;

X3=7: F3(A)=14+16=30;

X3=8: F3(A)=16+12=28;

X3=9: F3(A)=18+2=20;

X3=10: F3(A)=20+1=21;

X3=11: F3(A)=22+0=22;

max(F3(A)) = 119.

A = 12.

X3=0: F3(A)=0+142=142;

X3=1: F3(A)=2+119=121;

X3=2: F3(A)=4+98=102;

X3=3: F3(A)=6+79=85;

X3=4: F3(A)=8+62=70;

X3=5: F3(A)=10+47=57;

X3=6: F3(A)=12+34=46;

X3=7: F3(A)=14+23=37;

X3=8: F3(A)=16+16=32;

X3=9: F3(A)=18+12=30;

X3=10: F3(A)=20+2=22;

X3=11: F3(A)=22+1=23;

X3=12: F3(A)=24+0=24;

max(F3(A)) = 142.

A = 13.

X3=0: F3(A)=0+167=167;

X3=1: F3(A)=2+142=144;

X3=2: F3(A)=4+119=123;

X3=3: F3(A)=6+98=104;

X3=4: F3(A)=8+79=87;

X3=5: F3(A)=10+62=72;

X3=6: F3(A)=12+47=59;

X3=7: F3(A)=14+34=48;

X3=8: F3(A)=16+23=39;

X3=9: F3(A)=18+16=34;

X3=10: F3(A)=20+12=32;

X3=11: F3(A)=22+2=24;

X3=12: F3(A)=24+1=25;

X3=13: F3(A)=26+0=26;

max(F3(A)) = 167.

A = 14.

X3=0: F3(A)=0+194=194;

X3=1: F3(A)=2+167=169;

X3=2: F3(A)=4+142=146;

X3=3: F3(A)=6+119=125;

X3=4: F3(A)=8+98=106;

X3=5: F3(A)=10+79=89;

X3=6: F3(A)=12+62=74;

X3=7: F3(A)=14+47=61;

X3=8: F3(A)=16+34=50;

X3=9: F3(A)=18+23=41;

X3=10: F3(A)=20+16=36;

X3=11: F3(A)=22+12=34;

X3=12: F3(A)=24+2=26;

X3=13: F3(A)=26+1=27;

X3=14: F3(A)=28+0=28;

max(F3(A)) = 194.

A = 15.

X3=0: F3(A)=0+223=223;

X3=1: F3(A)=2+194=196;

X3=2: F3(A)=4+167=171;

X3=3: F3(A)=6+142=148;

X3=4: F3(A)=8+119=127;

X3=5: F3(A)=10+98=108;

X3=6: F3(A)=12+79=91;

X3=7: F3(A)=14+62=76;

X3=8: F3(A)=16+47=63;

X3=9: F3(A)=18+34=52;

X3=10: F3(A)=20+23=43;

X3=11: F3(A)=22+16=38;

X3=12: F3(A)=24+12=36;

X3=13: F3(A)=26+2=28;

X3=14: F3(A)=28+1=29;

X3=15: F3(A)=30+0=30;

max(F3(A)) = 223.

A = 16.

X3=0: F3(A)=0+254=254;

X3=1: F3(A)=2+223=225;

X3=2: F3(A)=4+194=198;

X3=3: F3(A)=6+167=173;

X3=4: F3(A)=8+142=150;

X3=5: F3(A)=10+119=129;

X3=6: F3(A)=12+98=110;

X3=7: F3(A)=14+79=93;

X3=8: F3(A)=16+62=78;

X3=9: F3(A)=18+47=65;

X3=10: F3(A)=20+34=54;

X3=11: F3(A)=22+23=45;

X3=12: F3(A)=24+16=40;

X3=13: F3(A)=26+12=38;

X3=14: F3(A)=28+2=30;

X3=15: F3(A)=30+1=31;

X3=16: F3(A)=32+0=32;

max(F3(A)) = 254.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 1.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+2=3;

X4=1: F4(A)=1+0=1;

max(F4(A)) = 3.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+4=5;

X4=1: F4(A)=1+2=3;

X4=2: F4(A)=6+0=6;

max(F4(A)) = 6.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+12=13;

X4=1: F4(A)=1+4=5;

X4=2: F4(A)=6+2=8;

X4=3: F4(A)=9+0=9;

max(F4(A)) = 13.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+16=17;

X4=1: F4(A)=1+12=13;

X4=2: F4(A)=6+4=10;

X4=3: F4(A)=9+2=11;

X4=4: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 17.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+23=24;

X4=1: F4(A)=1+16=17;

X4=2: F4(A)=6+12=18;

X4=3: F4(A)=9+4=13;

X4=4: F4(A)=10+2=12;

X4=5: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 24.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+34=35;

X4=1: F4(A)=1+23=24;

X4=2: F4(A)=6+16=22;

X4=3: F4(A)=9+12=21;

X4=4: F4(A)=10+4=14;

X4=5: F4(A)=10+2=12;

X4=6: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 35.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+47=48;

X4=1: F4(A)=1+34=35;

X4=2: F4(A)=6+23=29;

X4=3: F4(A)=9+16=25;

X4=4: F4(A)=10+12=22;

X4=5: F4(A)=10+4=14;

X4=6: F4(A)=10+2=12;

X4=7: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 48.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+62=63;

X4=1: F4(A)=1+47=48;

X4=2: F4(A)=6+34=40;

X4=3: F4(A)=9+23=32;

X4=4: F4(A)=10+16=26;

X4=5: F4(A)=10+12=22;

X4=6: F4(A)=10+4=14;

X4=7: F4(A)=10+2=12;

X4=8: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 63.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+79=80;

X4=1: F4(A)=1+62=63;

X4=2: F4(A)=6+47=53;

X4=3: F4(A)=9+34=43;

X4=4: F4(A)=10+23=33;

X4=5: F4(A)=10+16=26;

X4=6: F4(A)=10+12=22;

X4=7: F4(A)=10+4=14;

X4=8: F4(A)=10+2=12;

X4=9: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 80.

A = 10.

X4=0: F4(A)=1+98=99;

X4=1: F4(A)=1+79=80;

X4=2: F4(A)=6+62=68;

X4=3: F4(A)=9+47=56;

X4=4: F4(A)=10+34=44;

X4=5: F4(A)=10+23=33;

X4=6: F4(A)=10+16=26;

X4=7: F4(A)=10+12=22;

X4=8: F4(A)=10+4=14;

X4=9: F4(A)=10+2=12;

X4=10: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 99.

A = 11.

X4=0: F4(A)=1+119=120;

X4=1: F4(A)=1+98=99;

X4=2: F4(A)=6+79=85;

X4=3: F4(A)=9+62=71;

X4=4: F4(A)=10+47=57;

X4=5: F4(A)=10+34=44;

X4=6: F4(A)=10+23=33;

X4=7: F4(A)=10+16=26;

X4=8: F4(A)=10+12=22;

X4=9: F4(A)=10+4=14;

X4=10: F4(A)=10+2=12;

X4=11: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 120.

A = 12.

X4=0: F4(A)=1+142=143;

X4=1: F4(A)=1+119=120;

X4=2: F4(A)=6+98=104;

X4=3: F4(A)=9+79=88;

X4=4: F4(A)=10+62=72;

X4=5: F4(A)=10+47=57;

X4=6: F4(A)=10+34=44;

X4=7: F4(A)=10+23=33;

X4=8: F4(A)=10+16=26;

X4=9: F4(A)=10+12=22;

X4=10: F4(A)=10+4=14;

X4=11: F4(A)=10+2=12;

X4=12: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 143.

A = 13.

X4=0: F4(A)=1+167=168;

X4=1: F4(A)=1+142=143;

X4=2: F4(A)=6+119=125;

X4=3: F4(A)=9+98=107;

X4=4: F4(A)=10+79=89;

X4=5: F4(A)=10+62=72;

X4=6: F4(A)=10+47=57;

X4=7: F4(A)=10+34=44;

X4=8: F4(A)=10+23=33;

X4=9: F4(A)=10+16=26;

X4=10: F4(A)=10+12=22;

X4=11: F4(A)=10+4=14;

X4=12: F4(A)=10+2=12;

X4=13: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 168.

A = 14.

X4=0: F4(A)=1+194=195;

X4=1: F4(A)=1+167=168;

X4=2: F4(A)=6+142=148;

X4=3: F4(A)=9+119=128;

X4=4: F4(A)=10+98=108;

X4=5: F4(A)=10+79=89;

X4=6: F4(A)=10+62=72;

X4=7: F4(A)=10+47=57;

X4=8: F4(A)=10+34=44;

X4=9: F4(A)=10+23=33;

X4=10: F4(A)=10+16=26;

X4=11: F4(A)=10+12=22;

X4=12: F4(A)=10+4=14;

X4=13: F4(A)=10+2=12;

X4=14: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 195.

A = 15.

X4=0: F4(A)=1+223=224;

X4=1: F4(A)=1+194=195;

X4=2: F4(A)=6+167=173;

X4=3: F4(A)=9+142=151;

X4=4: F4(A)=10+119=129;

X4=5: F4(A)=10+98=108;

X4=6: F4(A)=10+79=89;

X4=7: F4(A)=10+62=72;

X4=8: F4(A)=10+47=57;

X4=9: F4(A)=10+34=44;

X4=10: F4(A)=10+23=33;

X4=11: F4(A)=10+16=26;

X4=12: F4(A)=10+12=22;

X4=13: F4(A)=10+4=14;

X4=14: F4(A)=10+2=12;

X4=15: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 224.

A = 16.

X4=0: F4(A)=1+254=255;

X4=1: F4(A)=1+223=224;

X4=2: F4(A)=6+194=200;

X4=3: F4(A)=9+167=176;

X4=4: F4(A)=10+142=152;

X4=5: F4(A)=10+119=129;

X4=6: F4(A)=10+98=108;

X4=7: F4(A)=10+79=89;

X4=8: F4(A)=10+62=72;

X4=9: F4(A)=10+47=57;

X4=10: F4(A)=10+34=44;

X4=11: F4(A)=10+23=33;

X4=12: F4(A)=10+16=26;

X4=13: F4(A)=10+12=22;

X4=14: F4(A)=10+4=14;

X4=15: F4(A)=10+2=12;

X4=16: F4(A)=10+0=10;

max(F4(A)) = 255.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(16)=255, x4=0.

F4(16)-F4(A)=255-1=254.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(16)=254, х3=0.

F3(16)-F3(A)=254-0=254.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(16)=254, х2=16.

F2(16)-f2(16)=254-254=0.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(0)=0, х1=0.

F1(0)-f1(0)=0-0=0.

**Контрольне завдання № \_12\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження третього пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому або третьому пристрою. Результат роботи другого і третього передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3. р2 = 0.5

***Розв’язання***

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 10 + 1.25 + 4 = 15.25.

Необхідно знайти тільки третю змінну.

P3 =

P3 = 8.1% - коефіцієнт завантаження третього пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано неперервний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.1 с трансформувати процес в дискретний.

0 0.5 0

2 0 0.5

1 1 0

***Розв’язання***

Граф неперервного марківського процесу:

= 0.5

= 0.5

= 1

= 2

= 1

Визначення ймовірностей переходів для дискретного марківського процесу:

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.05

= 0.09

= 0.04

= 0.95

= 0.78

= 0.82

= 0.18

= 0.9

**3)** Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції **f**1(*x*1)+**f**2(*x*2)+**f**3(*x*3)+ **f**4(*x*4). Задані функції: **f**1(*x*1) = 1, якщо *x*1<=2, **f**1(*x*1) = 4∙*x*1, якщо 2< *x*1< 6 і **f**1(*x*1) = 25, якщо *x*1>=6; **f**2(*x*2) = *x*2, якщо *x*2<2, **f**2(*x*2) = *x*22-2, якщо *x*2>=2; **f**3(*x*3) = 2∙*x*3, **f**4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, **f**4(*x*4)=3∙x4, якщо 2<= *x*4<4, **f**4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<12.

***Розв’язання***

Ресурс А=11.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 2 | 4 | 6 |
| 3 | 12 | 7 | 6 | 9 |
| 4 | 16 | 14 | 8 | 10 |
| 5 | 20 | 23 | 10 | 10 |
| 6 | 25 | 34 | 12 | 10 |
| 7 | 25 | 47 | 14 | 10 |
| 8 | 25 | 62 | 16 | 10 |
| 9 | 25 | 79 | 18 | 10 |
| 10 | 25 | 98 | 20 | 10 |
| 11 | 25 | 119 | 22 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 3 | 1 | 4 | 0 |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 5 | 2 | 7 | 2 |
| 3 | 12 | 3 | 12 | 0 | 12 | 0 | 13 | 0 |
| 4 | 16 | 4 | 16 | 0 | 16 | 0 | 17 | 0 |
| 5 | 20 | 5 | 24 | 5 | 24 | 0 | 25 | 0 |
| 6 | 25 | 6 | 35 | 6 | 35 | 0 | 36 | 0 |
| 7 | 25 | 7 | 48 | 7 | 48 | 0 | 49 | 0 |
| 8 | 25 | 8 | 63 | 8 | 63 | 0 | 64 | 0 |
| 9 | 25 | 9 | 80 | 9 | 80 | 0 | 81 | 0 |
| 10 | 25 | 10 | 99 | 10 | 99 | 0 | 100 | 0 |
| 11 | 25 | 11 | 120 | 11 | 120 | 0 | 121 | 0 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(A)=0+1=1;

max(F2(A)) = 1.

A = 1.

X2=0: F2(A)=0+1=1;

X2=1: F2(A)=1+1=2;

max(F2(A)) = 2.

A = 2.

X2=0: F2(A)=0+1=1;

X2=1: F2(A)=1+1=2;

X2=2: F2(A)=2+1=3;

max(F2(A)) = 3.

A = 3.

X2=0: F2(A)=0+12=12;

X2=1: F2(A)=1+1=2;

X2=2: F2(A)=2+1=3;

X2=3: F2(A)=7+1=8;

max(F2(A)) = 12.

A = 4.

X2=0: F2(A)=0+16=16;

X2=1: F2(A)=1+12=13;

X2=2: F2(A)=2+1=3;

X2=3: F2(A)=7+1=8;

X2=4: F2(A)=14+1=15;

max(F2(A)) = 16.

A = 5.

X2=0: F2(A)=0+20=20;

X2=1: F2(A)=1+16=17;

X2=2: F2(A)=2+12=14;

X2=3: F2(A)=7+1=8;

X2=4: F2(A)=14+1=15;

X2=5: F2(A)=23+1=24;

max(F2(A)) = 24.

A = 6.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+20=21;

X2=2: F2(A)=2+16=18;

X2=3: F2(A)=7+12=19;

X2=4: F2(A)=14+1=15;

X2=5: F2(A)=23+1=24;

X2=6: F2(A)=34+1=35;

max(F2(A)) = 35.

A = 7.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+20=22;

X2=3: F2(A)=7+16=23;

X2=4: F2(A)=14+12=26;

X2=5: F2(A)=23+1=24;

X2=6: F2(A)=34+1=35;

X2=7: F2(A)=47+1=48;

max(F2(A)) = 48.

A = 8.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+20=27;

X2=4: F2(A)=14+16=30;

X2=5: F2(A)=23+12=35;

X2=6: F2(A)=34+1=35;

X2=7: F2(A)=47+1=48;

X2=8: F2(A)=62+1=63;

max(F2(A)) = 63.

A = 9.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+20=34;

X2=5: F2(A)=23+16=39;

X2=6: F2(A)=34+12=46;

X2=7: F2(A)=47+1=48;

X2=8: F2(A)=62+1=63;

X2=9: F2(A)=79+1=80;

max(F2(A)) = 80.

A = 10.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+20=43;

X2=6: F2(A)=34+16=50;

X2=7: F2(A)=47+12=59;

X2=8: F2(A)=62+1=63;

X2=9: F2(A)=79+1=80;

X2=10: F2(A)=98+1=99;

max(F2(A)) = 99.

A = 11.

X2=0: F2(A)=0+25=25;

X2=1: F2(A)=1+25=26;

X2=2: F2(A)=2+25=27;

X2=3: F2(A)=7+25=32;

X2=4: F2(A)=14+25=39;

X2=5: F2(A)=23+25=48;

X2=6: F2(A)=34+20=54;

X2=7: F2(A)=47+16=63;

X2=8: F2(A)=62+12=74;

X2=9: F2(A)=79+1=80;

X2=10: F2(A)=98+1=99;

X2=11: F2(A)=119+1=120;

max(F2(A)) = 120.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+1=1;

max(F3(A)) = 1.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+2=2;

X3=1: F3(A)=2+1=3;

max(F3(A)) = 3.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+3=3;

X3=1: F3(A)=2+2=4;

X3=2: F3(A)=4+1=5;

max(F3(A)) = 5.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+12=12;

X3=1: F3(A)=2+3=5;

X3=2: F3(A)=4+2=6;

X3=3: F3(A)=6+1=7;

max(F3(A)) = 12.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+16=16;

X3=1: F3(A)=2+12=14;

X3=2: F3(A)=4+3=7;

X3=3: F3(A)=6+2=8;

X3=4: F3(A)=8+1=9;

max(F3(A)) = 16.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+24=24;

X3=1: F3(A)=2+16=18;

X3=2: F3(A)=4+12=16;

X3=3: F3(A)=6+3=9;

X3=4: F3(A)=8+2=10;

X3=5: F3(A)=10+1=11;

max(F3(A)) = 24.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+35=35;

X3=1: F3(A)=2+24=26;

X3=2: F3(A)=4+16=20;

X3=3: F3(A)=6+12=18;

X3=4: F3(A)=8+3=11;

X3=5: F3(A)=10+2=12;

X3=6: F3(A)=12+1=13;

max(F3(A)) = 35.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+48=48;

X3=1: F3(A)=2+35=37;

X3=2: F3(A)=4+24=28;

X3=3: F3(A)=6+16=22;

X3=4: F3(A)=8+12=20;

X3=5: F3(A)=10+3=13;

X3=6: F3(A)=12+2=14;

X3=7: F3(A)=14+1=15;

max(F3(A)) = 48.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+63=63;

X3=1: F3(A)=2+48=50;

X3=2: F3(A)=4+35=39;

X3=3: F3(A)=6+24=30;

X3=4: F3(A)=8+16=24;

X3=5: F3(A)=10+12=22;

X3=6: F3(A)=12+3=15;

X3=7: F3(A)=14+2=16;

X3=8: F3(A)=16+1=17;

max(F3(A)) = 63.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+80=80;

X3=1: F3(A)=2+63=65;

X3=2: F3(A)=4+48=52;

X3=3: F3(A)=6+35=41;

X3=4: F3(A)=8+24=32;

X3=5: F3(A)=10+16=26;

X3=6: F3(A)=12+12=24;

X3=7: F3(A)=14+3=17;

X3=8: F3(A)=16+2=18;

X3=9: F3(A)=18+1=19;

max(F3(A)) = 80.

A = 10.

X3=0: F3(A)=0+99=99;

X3=1: F3(A)=2+80=82;

X3=2: F3(A)=4+63=67;

X3=3: F3(A)=6+48=54;

X3=4: F3(A)=8+35=43;

X3=5: F3(A)=10+24=34;

X3=6: F3(A)=12+16=28;

X3=7: F3(A)=14+12=26;

X3=8: F3(A)=16+3=19;

X3=9: F3(A)=18+2=20;

X3=10: F3(A)=20+1=21;

max(F3(A)) = 99.

A = 11.

X3=0: F3(A)=0+120=120;

X3=1: F3(A)=2+99=101;

X3=2: F3(A)=4+80=84;

X3=3: F3(A)=6+63=69;

X3=4: F3(A)=8+48=56;

X3=5: F3(A)=10+35=45;

X3=6: F3(A)=12+24=36;

X3=7: F3(A)=14+16=30;

X3=8: F3(A)=16+12=28;

X3=9: F3(A)=18+3=21;

X3=10: F3(A)=20+2=22;

X3=11: F3(A)=22+1=23;

max(F3(A)) = 120.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+1=2;

max(F4(A)) = 2.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+3=4;

X4=1: F4(A)=1+1=2;

max(F4(A)) = 4.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+5=6;

X4=1: F4(A)=1+3=4;

X4=2: F4(A)=6+1=7;

max(F4(A)) = 7.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+12=13;

X4=1: F4(A)=1+5=6;

X4=2: F4(A)=6+3=9;

X4=3: F4(A)=9+1=10;

max(F4(A)) = 13.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+16=17;

X4=1: F4(A)=1+12=13;

X4=2: F4(A)=6+5=11;

X4=3: F4(A)=9+3=12;

X4=4: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 17.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+24=25;

X4=1: F4(A)=1+16=17;

X4=2: F4(A)=6+12=18;

X4=3: F4(A)=9+5=14;

X4=4: F4(A)=10+3=13;

X4=5: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 25.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+35=36;

X4=1: F4(A)=1+24=25;

X4=2: F4(A)=6+16=22;

X4=3: F4(A)=9+12=21;

X4=4: F4(A)=10+5=15;

X4=5: F4(A)=10+3=13;

X4=6: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 36.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+48=49;

X4=1: F4(A)=1+35=36;

X4=2: F4(A)=6+24=30;

X4=3: F4(A)=9+16=25;

X4=4: F4(A)=10+12=22;

X4=5: F4(A)=10+5=15;

X4=6: F4(A)=10+3=13;

X4=7: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 49.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+63=64;

X4=1: F4(A)=1+48=49;

X4=2: F4(A)=6+35=41;

X4=3: F4(A)=9+24=33;

X4=4: F4(A)=10+16=26;

X4=5: F4(A)=10+12=22;

X4=6: F4(A)=10+5=15;

X4=7: F4(A)=10+3=13;

X4=8: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 64.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+80=81;

X4=1: F4(A)=1+63=64;

X4=2: F4(A)=6+48=54;

X4=3: F4(A)=9+35=44;

X4=4: F4(A)=10+24=34;

X4=5: F4(A)=10+16=26;

X4=6: F4(A)=10+12=22;

X4=7: F4(A)=10+5=15;

X4=8: F4(A)=10+3=13;

X4=9: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 81.

A = 10.

X4=0: F4(A)=1+99=100;

X4=1: F4(A)=1+80=81;

X4=2: F4(A)=6+63=69;

X4=3: F4(A)=9+48=57;

X4=4: F4(A)=10+35=45;

X4=5: F4(A)=10+24=34;

X4=6: F4(A)=10+16=26;

X4=7: F4(A)=10+12=22;

X4=8: F4(A)=10+5=15;

X4=9: F4(A)=10+3=13;

X4=10: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 100.

A = 11.

X4=0: F4(A)=1+120=121;

X4=1: F4(A)=1+99=100;

X4=2: F4(A)=6+80=86;

X4=3: F4(A)=9+63=72;

X4=4: F4(A)=10+48=58;

X4=5: F4(A)=10+35=45;

X4=6: F4(A)=10+24=34;

X4=7: F4(A)=10+16=26;

X4=8: F4(A)=10+12=22;

X4=9: F4(A)=10+5=15;

X4=10: F4(A)=10+3=13;

X4=11: F4(A)=10+1=11;

max(F4(A)) = 121.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(11)=121, x4=0.

F4(11)-F4(A)=121-1=120.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(11)=120, х3=0.

F3(11)-F3(A)=120-0=120.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(11)=120, х2=11.

F2(11)-f2(11)=120-119=1.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(0)=1, х1=0.

F1(0)-f1(0)=1-1=0.

**Контрольне завдання № \_13\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження другого пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому або третьому пристрою. Результат роботи другого і третього передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3. р2 = 0.5

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:

***Розв’язання***



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 10 + 1.25 + 4 = 15.25.

Необхідно знайти другу змінну.

P2 =

P3 = 26.2% - коефіцієнт завантаження третього пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано неперервний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.2 с трансформувати процес в дискретний.

0 0.2 0

1 0 0.5

1 1 0

***Розв’язання***

Граф неперервного марківського процесу:

= 0.2

= 0.5

= 1

= 1

= 1

Визначення ймовірностей переходів для дискретного марківського процесу:

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.04

= 0.165

= 0.09

= 0.96

= 0.74

= 0.67

= 0.17

= 0.165

**3)** Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції **f**1(*x*1)+**f**2(*x*2)+**f**3(*x*3)+ **f**4(*x*4). Задані функції: **f**1(*x*1) = 4, якщо *x*1<3, **f**1(*x*1) = 4+(*x*1-3), якщо *x*1>=3; **f**2(*x*2) = *x*2, якщо *x*2<2, **f**2(*x*2) = *x*22-2, якщо *x*2>=2; **f**3(*x*3) = 2∙*x*3, **f**4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, **f**4(*x*4)=4, , якщо 2<= *x*4<4, **f**4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<19; x2<6, x1>x4.

***Розв’язання***

Ресурс А=18.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 4 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 4 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 2 | 4 | 4 |
| 3 | 4 | 7 | 6 | 4 |
| 4 | 5 | 14 | 8 | 10 |
| 5 | 6 | 23 | 10 | 10 |
| 6 | 7 | 34 | 12 | 10 |
| 7 | 8 | 47 | 14 | 10 |
| 8 | 9 | 62 | 16 | 10 |
| 9 | 10 | 79 | 18 | 10 |
| 10 | 11 | 98 | 20 | 10 |
| 11 | 12 | 119 | 22 | 10 |
| 12 | 13 | 142 | 24 | 10 |
| 13 | 14 | 167 | 26 | 10 |
| 14 | 15 | 194 | 28 | 10 |
| 15 | 16 | 223 | 30 | 10 |
| 16 | 17 | 254 | 32 | 10 |
| 17 | 18 | 287 | 34 | 10 |
| 18 | 19 | 322 | 36 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 4 | 0 | 4 | 0 | 4 | 0 | 5 | 0 |
| 1 | 4 | 1 | 5 | 1 | 6 | 1 | 7 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 6 | 2 | 8 | 2 | 9 | 0 |
| 3 | 4 | 3 | 11 | 3 | 11 | 0 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 4 | 18 | 4 | 18 | 0 | 19 | 0 |
| 5 | 6 | 5 | 27 | 5 | 27 | 0 | 28 | 0 |
| 6 | 7 | 6 | 27 | 5 | 29 | 1 | 30 | 0 |
| 7 | 8 | 7 | 27 | 5 | 31 | 2 | 32 | 0 |
| 8 | 9 | 8 | 27 | 5 | 33 | 3 | 34 | 0 |
| 9 | 10 | 9 | 28 | 5 | 35 | 4 | 37 | 4 |
| 10 | 11 | 10 | 29 | 5 | 37 | 5 | 39 | 4 |
| 11 | 12 | 11 | 30 | 5 | 39 | 6 | 41 | 4 |
| 12 | 13 | 12 | 31 | 5 | 41 | 7 | 43 | 4 |
| 13 | 14 | 13 | 32 | 5 | 43 | 8 | 45 | 4 |
| 14 | 15 | 14 | 33 | 5 | 45 | 9 | 47 | 4 |
| 15 | 16 | 15 | 34 | 5 | 47 | 10 | 49 | 4 |
| 16 | 17 | 16 | 35 | 5 | 49 | 11 | 51 | 4 |
| 17 | 18 | 17 | 36 | 5 | 51 | 12 | 53 | 4 |
| 18 | 19 | 18 | 37 | 5 | 53 | 13 | 55 | 4 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

max(F2(A)) = 4.

A = 1.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

max(F2(A)) = 5.

A = 2.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

max(F2(A)) = 6.

A = 3.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

max(F2(A)) = 11.

A = 4.

X2=0: F2(A)=0+5=5;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

max(F2(A)) = 18.

A = 5.

X2=0: F2(A)=0+6=6;

X2=1: F2(A)=1+5=6;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

max(F2(A)) = 27.

A = 6.

X2=0: F2(A)=0+7=7;

X2=1: F2(A)=1+6=7;

X2=2: F2(A)=2+5=7;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

max(F2(A)) = 27.

A = 7.

X2=0: F2(A)=0+8=8;

X2=1: F2(A)=1+7=8;

X2=2: F2(A)=2+6=8;

X2=3: F2(A)=7+5=12;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

max(F2(A)) = 27.

A = 8.

X2=0: F2(A)=0+9=9;

X2=1: F2(A)=1+8=9;

X2=2: F2(A)=2+7=9;

X2=3: F2(A)=7+6=13;

X2=4: F2(A)=14+5=19;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

max(F2(A)) = 27.

A = 9.

X2=0: F2(A)=0+10=10;

X2=1: F2(A)=1+9=10;

X2=2: F2(A)=2+8=10;

X2=3: F2(A)=7+7=14;

X2=4: F2(A)=14+6=20;

X2=5: F2(A)=23+5=28;

max(F2(A)) = 28.

A = 10.

X2=0: F2(A)=0+11=11;

X2=1: F2(A)=1+10=11;

X2=2: F2(A)=2+9=11;

X2=3: F2(A)=7+8=15;

X2=4: F2(A)=14+7=21;

X2=5: F2(A)=23+6=29;

max(F2(A)) = 29.

A = 11.

X2=0: F2(A)=0+12=12;

X2=1: F2(A)=1+11=12;

X2=2: F2(A)=2+10=12;

X2=3: F2(A)=7+9=16;

X2=4: F2(A)=14+8=22;

X2=5: F2(A)=23+7=30;

max(F2(A)) = 30.

A = 12.

X2=0: F2(A)=0+13=13;

X2=1: F2(A)=1+12=13;

X2=2: F2(A)=2+11=13;

X2=3: F2(A)=7+10=17;

X2=4: F2(A)=14+9=23;

X2=5: F2(A)=23+8=31;

max(F2(A)) = 31.

A = 13.

X2=0: F2(A)=0+14=14;

X2=1: F2(A)=1+13=14;

X2=2: F2(A)=2+12=14;

X2=3: F2(A)=7+11=18;

X2=4: F2(A)=14+10=24;

X2=5: F2(A)=23+9=32;

max(F2(A)) = 32.

A = 14.

X2=0: F2(A)=0+15=15;

X2=1: F2(A)=1+14=15;

X2=2: F2(A)=2+13=15;

X2=3: F2(A)=7+12=19;

X2=4: F2(A)=14+11=25;

X2=5: F2(A)=23+10=33;

max(F2(A)) = 33.

A = 15.

X2=0: F2(A)=0+16=16;

X2=1: F2(A)=1+15=16;

X2=2: F2(A)=2+14=16;

X2=3: F2(A)=7+13=20;

X2=4: F2(A)=14+12=26;

X2=5: F2(A)=23+11=34;

max(F2(A)) = 34.

A = 16.

X2=0: F2(A)=0+17=17;

X2=1: F2(A)=1+16=17;

X2=2: F2(A)=2+15=17;

X2=3: F2(A)=7+14=21;

X2=4: F2(A)=14+13=27;

X2=5: F2(A)=23+12=35;

max(F2(A)) = 35.

A = 17.

X2=0: F2(A)=0+18=18;

X2=1: F2(A)=1+17=18;

X2=2: F2(A)=2+16=18;

X2=3: F2(A)=7+15=22;

X2=4: F2(A)=14+14=28;

X2=5: F2(A)=23+13=36;

max(F2(A)) = 36.

A = 18.

X2=0: F2(A)=0+19=19;

X2=1: F2(A)=1+18=19;

X2=2: F2(A)=2+17=19;

X2=3: F2(A)=7+16=23;

X2=4: F2(A)=14+15=29;

X2=5: F2(A)=23+14=37;

max(F2(A)) = 37.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+4=4;

max(F3(A)) = 4.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+5=5;

X3=1: F3(A)=2+4=6;

max(F3(A)) = 6.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+6=6;

X3=1: F3(A)=2+5=7;

X3=2: F3(A)=4+4=8;

max(F3(A)) = 8.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+11=11;

X3=1: F3(A)=2+6=8;

X3=2: F3(A)=4+5=9;

X3=3: F3(A)=6+4=10;

max(F3(A)) = 11.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+18=18;

X3=1: F3(A)=2+11=13;

X3=2: F3(A)=4+6=10;

X3=3: F3(A)=6+5=11;

X3=4: F3(A)=8+4=12;

max(F3(A)) = 18.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+27=27;

X3=1: F3(A)=2+18=20;

X3=2: F3(A)=4+11=15;

X3=3: F3(A)=6+6=12;

X3=4: F3(A)=8+5=13;

X3=5: F3(A)=10+4=14;

max(F3(A)) = 27.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+27=27;

X3=1: F3(A)=2+27=29;

X3=2: F3(A)=4+18=22;

X3=3: F3(A)=6+11=17;

X3=4: F3(A)=8+6=14;

X3=5: F3(A)=10+5=15;

X3=6: F3(A)=12+4=16;

max(F3(A)) = 29.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+27=27;

X3=1: F3(A)=2+27=29;

X3=2: F3(A)=4+27=31;

X3=3: F3(A)=6+18=24;

X3=4: F3(A)=8+11=19;

X3=5: F3(A)=10+6=16;

X3=6: F3(A)=12+5=17;

X3=7: F3(A)=14+4=18;

max(F3(A)) = 31.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+27=27;

X3=1: F3(A)=2+27=29;

X3=2: F3(A)=4+27=31;

X3=3: F3(A)=6+27=33;

X3=4: F3(A)=8+18=26;

X3=5: F3(A)=10+11=21;

X3=6: F3(A)=12+6=18;

X3=7: F3(A)=14+5=19;

X3=8: F3(A)=16+4=20;

max(F3(A)) = 33.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+28=28;

X3=1: F3(A)=2+27=29;

X3=2: F3(A)=4+27=31;

X3=3: F3(A)=6+27=33;

X3=4: F3(A)=8+27=35;

X3=5: F3(A)=10+18=28;

X3=6: F3(A)=12+11=23;

X3=7: F3(A)=14+6=20;

X3=8: F3(A)=16+5=21;

X3=9: F3(A)=18+4=22;

max(F3(A)) = 35.

A = 10.

X3=0: F3(A)=0+29=29;

X3=1: F3(A)=2+28=30;

X3=2: F3(A)=4+27=31;

X3=3: F3(A)=6+27=33;

X3=4: F3(A)=8+27=35;

X3=5: F3(A)=10+27=37;

X3=6: F3(A)=12+18=30;

X3=7: F3(A)=14+11=25;

X3=8: F3(A)=16+6=22;

X3=9: F3(A)=18+5=23;

X3=10: F3(A)=20+4=24;

max(F3(A)) = 37.

A = 11.

X3=0: F3(A)=0+30=30;

X3=1: F3(A)=2+29=31;

X3=2: F3(A)=4+28=32;

X3=3: F3(A)=6+27=33;

X3=4: F3(A)=8+27=35;

X3=5: F3(A)=10+27=37;

X3=6: F3(A)=12+27=39;

X3=7: F3(A)=14+18=32;

X3=8: F3(A)=16+11=27;

X3=9: F3(A)=18+6=24;

X3=10: F3(A)=20+5=25;

X3=11: F3(A)=22+4=26;

max(F3(A)) = 39.

A = 12.

X3=0: F3(A)=0+31=31;

X3=1: F3(A)=2+30=32;

X3=2: F3(A)=4+29=33;

X3=3: F3(A)=6+28=34;

X3=4: F3(A)=8+27=35;

X3=5: F3(A)=10+27=37;

X3=6: F3(A)=12+27=39;

X3=7: F3(A)=14+27=41;

X3=8: F3(A)=16+18=34;

X3=9: F3(A)=18+11=29;

X3=10: F3(A)=20+6=26;

X3=11: F3(A)=22+5=27;

X3=12: F3(A)=24+4=28;

max(F3(A)) = 41.

A = 13.

X3=0: F3(A)=0+32=32;

X3=1: F3(A)=2+31=33;

X3=2: F3(A)=4+30=34;

X3=3: F3(A)=6+29=35;

X3=4: F3(A)=8+28=36;

X3=5: F3(A)=10+27=37;

X3=6: F3(A)=12+27=39;

X3=7: F3(A)=14+27=41;

X3=8: F3(A)=16+27=43;

X3=9: F3(A)=18+18=36;

X3=10: F3(A)=20+11=31;

X3=11: F3(A)=22+6=28;

X3=12: F3(A)=24+5=29;

X3=13: F3(A)=26+4=30;

max(F3(A)) = 43.

A = 14.

X3=0: F3(A)=0+33=33;

X3=1: F3(A)=2+32=34;

X3=2: F3(A)=4+31=35;

X3=3: F3(A)=6+30=36;

X3=4: F3(A)=8+29=37;

X3=5: F3(A)=10+28=38;

X3=6: F3(A)=12+27=39;

X3=7: F3(A)=14+27=41;

X3=8: F3(A)=16+27=43;

X3=9: F3(A)=18+27=45;

X3=10: F3(A)=20+18=38;

X3=11: F3(A)=22+11=33;

X3=12: F3(A)=24+6=30;

X3=13: F3(A)=26+5=31;

X3=14: F3(A)=28+4=32;

max(F3(A)) = 45.

A = 15.

X3=0: F3(A)=0+34=34;

X3=1: F3(A)=2+33=35;

X3=2: F3(A)=4+32=36;

X3=3: F3(A)=6+31=37;

X3=4: F3(A)=8+30=38;

X3=5: F3(A)=10+29=39;

X3=6: F3(A)=12+28=40;

X3=7: F3(A)=14+27=41;

X3=8: F3(A)=16+27=43;

X3=9: F3(A)=18+27=45;

X3=10: F3(A)=20+27=47;

X3=11: F3(A)=22+18=40;

X3=12: F3(A)=24+11=35;

X3=13: F3(A)=26+6=32;

X3=14: F3(A)=28+5=33;

X3=15: F3(A)=30+4=34;

max(F3(A)) = 47.

A = 16.

X3=0: F3(A)=0+35=35;

X3=1: F3(A)=2+34=36;

X3=2: F3(A)=4+33=37;

X3=3: F3(A)=6+32=38;

X3=4: F3(A)=8+31=39;

X3=5: F3(A)=10+30=40;

X3=6: F3(A)=12+29=41;

X3=7: F3(A)=14+28=42;

X3=8: F3(A)=16+27=43;

X3=9: F3(A)=18+27=45;

X3=10: F3(A)=20+27=47;

X3=11: F3(A)=22+27=49;

X3=12: F3(A)=24+18=42;

X3=13: F3(A)=26+11=37;

X3=14: F3(A)=28+6=34;

X3=15: F3(A)=30+5=35;

X3=16: F3(A)=32+4=36;

max(F3(A)) = 49.

A = 17.

X3=0: F3(A)=0+36=36;

X3=1: F3(A)=2+35=37;

X3=2: F3(A)=4+34=38;

X3=3: F3(A)=6+33=39;

X3=4: F3(A)=8+32=40;

X3=5: F3(A)=10+31=41;

X3=6: F3(A)=12+30=42;

X3=7: F3(A)=14+29=43;

X3=8: F3(A)=16+28=44;

X3=9: F3(A)=18+27=45;

X3=10: F3(A)=20+27=47;

X3=11: F3(A)=22+27=49;

X3=12: F3(A)=24+27=51;

X3=13: F3(A)=26+18=44;

X3=14: F3(A)=28+11=39;

X3=15: F3(A)=30+6=36;

X3=16: F3(A)=32+5=37;

X3=17: F3(A)=34+4=38;

max(F3(A)) = 51.

A = 18.

X3=0: F3(A)=0+37=37;

X3=1: F3(A)=2+36=38;

X3=2: F3(A)=4+35=39;

X3=3: F3(A)=6+34=40;

X3=4: F3(A)=8+33=41;

X3=5: F3(A)=10+32=42;

X3=6: F3(A)=12+31=43;

X3=7: F3(A)=14+30=44;

X3=8: F3(A)=16+29=45;

X3=9: F3(A)=18+28=46;

X3=10: F3(A)=20+27=47;

X3=11: F3(A)=22+27=49;

X3=12: F3(A)=24+27=51;

X3=13: F3(A)=26+27=53;

X3=14: F3(A)=28+18=46;

X3=15: F3(A)=30+11=41;

X3=16: F3(A)=32+6=38;

X3=17: F3(A)=34+5=39;

X3=18: F3(A)=36+4=40;

max(F3(A)) = 53.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+4=5;

max(F4(A)) = 5.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+6=7;

X4=1: F4(A)=1+4=5;

max(F4(A)) = 7.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+8=9;

X4=1: F4(A)=1+6=7;

X4=2: F4(A)=4+4=8;

max(F4(A)) = 9.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+11=12;

X4=1: F4(A)=1+8=9;

X4=2: F4(A)=4+6=10;

X4=3: F4(A)=4+4=8;

max(F4(A)) = 12.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+18=19;

X4=1: F4(A)=1+11=12;

X4=2: F4(A)=4+8=12;

X4=3: F4(A)=4+6=10;

X4=4: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 19.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+27=28;

X4=1: F4(A)=1+18=19;

X4=2: F4(A)=4+11=15;

X4=3: F4(A)=4+8=12;

X4=4: F4(A)=10+6=16;

X4=5: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 28.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+29=30;

X4=1: F4(A)=1+27=28;

X4=2: F4(A)=4+18=22;

X4=3: F4(A)=4+11=15;

X4=4: F4(A)=10+8=18;

X4=5: F4(A)=10+6=16;

X4=6: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 30.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+31=32;

X4=1: F4(A)=1+29=30;

X4=2: F4(A)=4+27=31;

X4=3: F4(A)=4+18=22;

X4=4: F4(A)=10+11=21;

X4=5: F4(A)=10+8=18;

X4=6: F4(A)=10+6=16;

X4=7: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 32.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+33=34;

X4=1: F4(A)=1+31=32;

X4=2: F4(A)=4+29=33;

X4=3: F4(A)=4+27=31;

X4=4: F4(A)=10+18=28;

X4=5: F4(A)=10+11=21;

X4=6: F4(A)=10+8=18;

X4=7: F4(A)=10+6=16;

X4=8: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 34.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+35=36;

X4=1: F4(A)=1+33=34;

X4=2: F4(A)=4+31=35;

X4=3: F4(A)=4+29=33;

X4=4: F4(A)=10+27=37;

X4=5: F4(A)=10+18=28;

X4=6: F4(A)=10+11=21;

X4=7: F4(A)=10+8=18;

X4=8: F4(A)=10+6=16;

X4=9: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 37.

A = 10.

X4=0: F4(A)=1+37=38;

X4=1: F4(A)=1+35=36;

X4=2: F4(A)=4+33=37;

X4=3: F4(A)=4+31=35;

X4=4: F4(A)=10+29=39;

X4=5: F4(A)=10+27=37;

X4=6: F4(A)=10+18=28;

X4=7: F4(A)=10+11=21;

X4=8: F4(A)=10+8=18;

X4=9: F4(A)=10+6=16;

X4=10: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 39.

A = 11.

X4=0: F4(A)=1+39=40;

X4=1: F4(A)=1+37=38;

X4=2: F4(A)=4+35=39;

X4=3: F4(A)=4+33=37;

X4=4: F4(A)=10+31=41;

X4=5: F4(A)=10+29=39;

X4=6: F4(A)=10+27=37;

X4=7: F4(A)=10+18=28;

X4=8: F4(A)=10+11=21;

X4=9: F4(A)=10+8=18;

X4=10: F4(A)=10+6=16;

X4=11: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 41.

A = 12.

X4=0: F4(A)=1+41=42;

X4=1: F4(A)=1+39=40;

X4=2: F4(A)=4+37=41;

X4=3: F4(A)=4+35=39;

X4=4: F4(A)=10+33=43;

X4=5: F4(A)=10+31=41;

X4=6: F4(A)=10+29=39;

X4=7: F4(A)=10+27=37;

X4=8: F4(A)=10+18=28;

X4=9: F4(A)=10+11=21;

X4=10: F4(A)=10+8=18;

X4=11: F4(A)=10+6=16;

X4=12: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 43.

A = 13.

X4=0: F4(A)=1+43=44;

X4=1: F4(A)=1+41=42;

X4=2: F4(A)=4+39=43;

X4=3: F4(A)=4+37=41;

X4=4: F4(A)=10+35=45;

X4=5: F4(A)=10+33=43;

X4=6: F4(A)=10+31=41;

X4=7: F4(A)=10+29=39;

X4=8: F4(A)=10+27=37;

X4=9: F4(A)=10+18=28;

X4=10: F4(A)=10+11=21;

X4=11: F4(A)=10+8=18;

X4=12: F4(A)=10+6=16;

X4=13: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 45.

A = 14.

X4=0: F4(A)=1+45=46;

X4=1: F4(A)=1+43=44;

X4=2: F4(A)=4+41=45;

X4=3: F4(A)=4+39=43;

X4=4: F4(A)=10+37=47;

X4=5: F4(A)=10+35=45;

X4=6: F4(A)=10+33=43;

X4=7: F4(A)=10+31=41;

X4=8: F4(A)=10+29=39;

X4=9: F4(A)=10+27=37;

X4=10: F4(A)=10+18=28;

X4=11: F4(A)=10+11=21;

X4=12: F4(A)=10+8=18;

X4=13: F4(A)=10+6=16;

X4=14: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 47.

A = 15.

X4=0: F4(A)=1+47=48;

X4=1: F4(A)=1+45=46;

X4=2: F4(A)=4+43=47;

X4=3: F4(A)=4+41=45;

X4=4: F4(A)=10+39=49;

X4=5: F4(A)=10+37=47;

X4=6: F4(A)=10+35=45;

X4=7: F4(A)=10+33=43;

X4=8: F4(A)=10+31=41;

X4=9: F4(A)=10+29=39;

X4=10: F4(A)=10+27=37;

X4=11: F4(A)=10+18=28;

X4=12: F4(A)=10+11=21;

X4=13: F4(A)=10+8=18;

X4=14: F4(A)=10+6=16;

X4=15: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 49.

A = 16.

X4=0: F4(A)=1+49=50;

X4=1: F4(A)=1+47=48;

X4=2: F4(A)=4+45=49;

X4=3: F4(A)=4+43=47;

X4=4: F4(A)=10+41=51;

X4=5: F4(A)=10+39=49;

X4=6: F4(A)=10+37=47;

X4=7: F4(A)=10+35=45;

X4=8: F4(A)=10+33=43;

X4=9: F4(A)=10+31=41;

X4=10: F4(A)=10+29=39;

X4=11: F4(A)=10+27=37;

X4=12: F4(A)=10+18=28;

X4=13: F4(A)=10+11=21;

X4=14: F4(A)=10+8=18;

X4=15: F4(A)=10+6=16;

X4=16: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 51.

A = 17.

X4=0: F4(A)=1+51=52;

X4=1: F4(A)=1+49=50;

X4=2: F4(A)=4+47=51;

X4=3: F4(A)=4+45=49;

X4=4: F4(A)=10+43=53;

X4=5: F4(A)=10+41=51;

X4=6: F4(A)=10+39=49;

X4=7: F4(A)=10+37=47;

X4=8: F4(A)=10+35=45;

X4=9: F4(A)=10+33=43;

X4=10: F4(A)=10+31=41;

X4=11: F4(A)=10+29=39;

X4=12: F4(A)=10+27=37;

X4=13: F4(A)=10+18=28;

X4=14: F4(A)=10+11=21;

X4=15: F4(A)=10+8=18;

X4=16: F4(A)=10+6=16;

X4=17: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 53.

A = 18.

X4=0: F4(A)=1+53=54;

X4=1: F4(A)=1+51=52;

X4=2: F4(A)=4+49=53;

X4=3: F4(A)=4+47=51;

X4=4: F4(A)=10+45=55;

X4=5: F4(A)=10+43=53;

X4=6: F4(A)=10+41=51;

X4=7: F4(A)=10+39=49;

X4=8: F4(A)=10+37=47;

X4=9: F4(A)=10+35=45;

X4=10: F4(A)=10+33=43;

X4=11: F4(A)=10+31=41;

X4=12: F4(A)=10+29=39;

X4=13: F4(A)=10+27=37;

X4=14: F4(A)=10+18=28;

X4=15: F4(A)=10+11=21;

X4=16: F4(A)=10+8=18;

X4=17: F4(A)=10+6=16;

X4=18: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 55.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(18)=55, x4=4.

F4(18)-f4(4)=55-10=45.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(14)=45, х3=9.

F3(14)-f3(9)=45-18=27.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(5)=27, х2=5.

F2(5)-f2(5)=27-23=4.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(0)=4, х1=0.

F1(0)-f1(0)=4-4=0.

Але це не задовільнює умову х1>x4. Тому повторюємо зворотній прохід.

Остання колонка: F4(8)=34, x4=0.

F4(8)-F4(A)=34-1=33.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(8)=33, х3=3.

F3(8)-f3(3)=33-6=27.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(5)=27, х2=5.

F2(5)-f2(5)=27-23=4.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(3)=4, х1=3.

F1(3)-f1(3)=4-4=0.

**Контрольне завдання № \_14\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження першого пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому або третьому пристрою. Результат роботи другого і третього передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3. р2 = 0.5

За умовою задачі будуємо мережу Петрі:

***Розв’язання***



Згідно побудованій мережі розписуємо дерево досяжності:



Перейдемо до неперервного графу. Вершини графу відповідають станам дерева досяжності.



Складаємо систему рівнянь.

Розв’язуємо систему методом Крамера.

= ;

∆ = = 10 + 1.25 + 4 = 15.25.

Необхідно знайти тільки першу змінну.

P1 =

P3 = 65.5% - коефіцієнт завантаження першого пристрою мережі Петрі.

**2)** Задано неперервний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.1 с трансформувати процес в дискретний.

0 1 0

0 0 0.5

1 1 0

***Розв’язання***

Граф неперервного марківського процесу:

= 1

= 0.5

= 1

= 1

Визначення ймовірностей переходів для дискретного марківського процесу:

5

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.1

= 0.09

= 0.05

= 0.9

= 0.95

= 0.82

= 0.09

**3)**Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1, *x*2, *x*3, *x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції **f**1(*x*1)+**f**2(*x*2)+**f**3(*x*3)+ **f**4(*x*4). Задані функції: **f**1(*x*1) = 4, якщо *x*1<3, **f**1(*x*1) = 4+(*x*1-3), якщо *x*1>=3; **f**2(*x*2) = *x*2, якщо *x*2<2, **f**2(*x*2) = *x*22-2, якщо *x*2>=2; **f**3(*x*3) = 2∙*x*3, **f**4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, **f**4(*x*4)=4, , якщо 2<= *x*4<4, **f**4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<19;

***Розв’язання***

Ресурс А = 18.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 4 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 4 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 4 | 2 | 4 | 4 |
| 3 | 4 | 7 | 6 | 4 |
| 4 | 5 | 14 | 8 | 10 |
| 5 | 6 | 23 | 10 | 10 |
| 6 | 7 | 34 | 12 | 10 |
| 7 | 8 | 47 | 14 | 10 |
| 8 | 9 | 62 | 16 | 10 |
| 9 | 10 | 79 | 18 | 10 |
| 10 | 11 | 98 | 20 | 10 |
| 11 | 12 | 119 | 22 | 10 |
| 12 | 13 | 142 | 24 | 10 |
| 13 | 14 | 167 | 26 | 10 |
| 14 | 15 | 194 | 28 | 10 |
| 15 | 16 | 223 | 30 | 10 |
| 16 | 17 | 254 | 32 | 10 |
| 17 | 18 | 287 | 34 | 10 |
| 18 | 19 | 322 | 36 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 4 | 0 | 4 | 0 | 4 | 0 | 5 | 0 |
| 1 | 4 | 1 | 5 | 1 | 6 | 1 | 7 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 6 | 2 | 8 | 2 | 9 | 0 |
| 3 | 4 | 3 | 11 | 3 | 11 | 0 | 12 | 0 |
| 4 | 5 | 4 | 18 | 4 | 18 | 0 | 19 | 0 |
| 5 | 6 | 5 | 27 | 5 | 27 | 0 | 28 | 0 |
| 6 | 7 | 6 | 38 | 6 | 38 | 0 | 39 | 0 |
| 7 | 8 | 7 | 51 | 7 | 51 | 0 | 52 | 0 |
| 8 | 9 | 8 | 66 | 8 | 66 | 0 | 67 | 0 |
| 9 | 10 | 9 | 83 | 9 | 83 | 0 | 84 | 0 |
| 10 | 11 | 10 | 102 | 10 | 102 | 0 | 103 | 0 |
| 11 | 12 | 11 | 123 | 11 | 123 | 0 | 124 | 0 |
| 12 | 13 | 12 | 146 | 12 | 146 | 0 | 147 | 0 |
| 13 | 14 | 13 | 171 | 13 | 171 | 0 | 172 | 0 |
| 14 | 15 | 14 | 198 | 14 | 198 | 0 | 199 | 0 |
| 15 | 16 | 15 | 227 | 15 | 227 | 0 | 228 | 0 |
| 16 | 17 | 16 | 258 | 16 | 258 | 0 | 259 | 0 |
| 17 | 18 | 17 | 291 | 17 | 291 | 0 | 292 | 0 |
| 18 | 19 | 18 | 326 | 18 | 326 | 0 | 327 | 0 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

max(F2(A)) = 4.

A = 1.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

max(F2(A)) = 5.

A = 2.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

max(F2(A)) = 6.

A = 3.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

max(F2(A)) = 11.

A = 4.

X2=0: F2(A)=0+5=5;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

max(F2(A)) = 18.

A = 5.

X2=0: F2(A)=0+6=6;

X2=1: F2(A)=1+5=6;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

max(F2(A)) = 27.

A = 6.

X2=0: F2(A)=0+7=7;

X2=1: F2(A)=1+6=7;

X2=2: F2(A)=2+5=7;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

X2=6: F2(A)=34+4=38;

max(F2(A)) = 38.

A = 7.

X2=0: F2(A)=0+8=8;

X2=1: F2(A)=1+7=8;

X2=2: F2(A)=2+6=8;

X2=3: F2(A)=7+5=12;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

X2=6: F2(A)=34+4=38;

X2=7: F2(A)=47+4=51;

max(F2(A)) = 51.

A = 8.

X2=0: F2(A)=0+9=9;

X2=1: F2(A)=1+8=9;

X2=2: F2(A)=2+7=9;

X2=3: F2(A)=7+6=13;

X2=4: F2(A)=14+5=19;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

X2=6: F2(A)=34+4=38;

X2=7: F2(A)=47+4=51;

X2=8: F2(A)=62+4=66;

max(F2(A)) = 66.

A = 9.

X2=0: F2(A)=0+10=10;

X2=1: F2(A)=1+9=10;

X2=2: F2(A)=2+8=10;

X2=3: F2(A)=7+7=14;

X2=4: F2(A)=14+6=20;

X2=5: F2(A)=23+5=28;

X2=6: F2(A)=34+4=38;

X2=7: F2(A)=47+4=51;

X2=8: F2(A)=62+4=66;

X2=9: F2(A)=79+4=83;

max(F2(A)) = 83.

A = 10.

X2=0: F2(A)=0+11=11;

X2=1: F2(A)=1+10=11;

X2=2: F2(A)=2+9=11;

X2=3: F2(A)=7+8=15;

X2=4: F2(A)=14+7=21;

X2=5: F2(A)=23+6=29;

X2=6: F2(A)=34+5=39;

X2=7: F2(A)=47+4=51;

X2=8: F2(A)=62+4=66;

X2=9: F2(A)=79+4=83;

X2=10: F2(A)=98+4=102;

max(F2(A)) = 102.

A = 11.

X2=0: F2(A)=0+12=12;

X2=1: F2(A)=1+11=12;

X2=2: F2(A)=2+10=12;

X2=3: F2(A)=7+9=16;

X2=4: F2(A)=14+8=22;

X2=5: F2(A)=23+7=30;

X2=6: F2(A)=34+6=40;

X2=7: F2(A)=47+5=52;

X2=8: F2(A)=62+4=66;

X2=9: F2(A)=79+4=83;

X2=10: F2(A)=98+4=102;

X2=11: F2(A)=119+4=123;

max(F2(A)) = 123.

A = 12.

X2=0: F2(A)=0+13=13;

X2=1: F2(A)=1+12=13;

X2=2: F2(A)=2+11=13;

X2=3: F2(A)=7+10=17;

X2=4: F2(A)=14+9=23;

X2=5: F2(A)=23+8=31;

X2=6: F2(A)=34+7=41;

X2=7: F2(A)=47+6=53;

X2=8: F2(A)=62+5=67;

X2=9: F2(A)=79+4=83;

X2=10: F2(A)=98+4=102;

X2=11: F2(A)=119+4=123;

X2=12: F2(A)=142+4=146;

max(F2(A)) = 146.

A = 13.

X2=0: F2(A)=0+14=14;

X2=1: F2(A)=1+13=14;

X2=2: F2(A)=2+12=14;

X2=3: F2(A)=7+11=18;

X2=4: F2(A)=14+10=24;

X2=5: F2(A)=23+9=32;

X2=6: F2(A)=34+8=42;

X2=7: F2(A)=47+7=54;

X2=8: F2(A)=62+6=68;

X2=9: F2(A)=79+5=84;

X2=10: F2(A)=98+4=102;

X2=11: F2(A)=119+4=123;

X2=12: F2(A)=142+4=146;

X2=13: F2(A)=167+4=171;

max(F2(A)) = 171.

A = 14.

X2=0: F2(A)=0+15=15;

X2=1: F2(A)=1+14=15;

X2=2: F2(A)=2+13=15;

X2=3: F2(A)=7+12=19;

X2=4: F2(A)=14+11=25;

X2=5: F2(A)=23+10=33;

X2=6: F2(A)=34+9=43;

X2=7: F2(A)=47+8=55;

X2=8: F2(A)=62+7=69;

X2=9: F2(A)=79+6=85;

X2=10: F2(A)=98+5=103;

X2=11: F2(A)=119+4=123;

X2=12: F2(A)=142+4=146;

X2=13: F2(A)=167+4=171;

X2=14: F2(A)=194+4=198;

max(F2(A)) = 198.

A = 15.

X2=0: F2(A)=0+16=16;

X2=1: F2(A)=1+15=16;

X2=2: F2(A)=2+14=16;

X2=3: F2(A)=7+13=20;

X2=4: F2(A)=14+12=26;

X2=5: F2(A)=23+11=34;

X2=6: F2(A)=34+10=44;

X2=7: F2(A)=47+9=56;

X2=8: F2(A)=62+8=70;

X2=9: F2(A)=79+7=86;

X2=10: F2(A)=98+6=104;

X2=11: F2(A)=119+5=124;

X2=12: F2(A)=142+4=146;

X2=13: F2(A)=167+4=171;

X2=14: F2(A)=194+4=198;

X2=15: F2(A)=223+4=227;

max(F2(A)) = 227.

A = 16.

X2=0: F2(A)=0+17=17;

X2=1: F2(A)=1+16=17;

X2=2: F2(A)=2+15=17;

X2=3: F2(A)=7+14=21;

X2=4: F2(A)=14+13=27;

X2=5: F2(A)=23+12=35;

X2=6: F2(A)=34+11=45;

X2=7: F2(A)=47+10=57;

X2=8: F2(A)=62+9=71;

X2=9: F2(A)=79+8=87;

X2=10: F2(A)=98+7=105;

X2=11: F2(A)=119+6=125;

X2=12: F2(A)=142+5=147;

X2=13: F2(A)=167+4=171;

X2=14: F2(A)=194+4=198;

X2=15: F2(A)=223+4=227;

X2=16: F2(A)=254+4=258;

max(F2(A)) = 258.

A = 17.

X2=0: F2(A)=0+18=18;

X2=1: F2(A)=1+17=18;

X2=2: F2(A)=2+16=18;

X2=3: F2(A)=7+15=22;

X2=4: F2(A)=14+14=28;

X2=5: F2(A)=23+13=36;

X2=6: F2(A)=34+12=46;

X2=7: F2(A)=47+11=58;

X2=8: F2(A)=62+10=72;

X2=9: F2(A)=79+9=88;

X2=10: F2(A)=98+8=106;

X2=11: F2(A)=119+7=126;

X2=12: F2(A)=142+6=148;

X2=13: F2(A)=167+5=172;

X2=14: F2(A)=194+4=198;

X2=15: F2(A)=223+4=227;

X2=16: F2(A)=254+4=258;

X2=17: F2(A)=287+4=291;

max(F2(A)) = 291.

A = 18.

X2=0: F2(A)=0+19=19;

X2=1: F2(A)=1+18=19;

X2=2: F2(A)=2+17=19;

X2=3: F2(A)=7+16=23;

X2=4: F2(A)=14+15=29;

X2=5: F2(A)=23+14=37;

X2=6: F2(A)=34+13=47;

X2=7: F2(A)=47+12=59;

X2=8: F2(A)=62+11=73;

X2=9: F2(A)=79+10=89;

X2=10: F2(A)=98+9=107;

X2=11: F2(A)=119+8=127;

X2=12: F2(A)=142+7=149;

X2=13: F2(A)=167+6=173;

X2=14: F2(A)=194+5=199;

X2=15: F2(A)=223+4=227;

X2=16: F2(A)=254+4=258;

X2=17: F2(A)=287+4=291;

X2=18: F2(A)=322+4=326;

max(F2(A)) = 326.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+4=4;

max(F3(A)) = 4.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+5=5;

X3=1: F3(A)=2+4=6;

max(F3(A)) = 6.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+6=6;

X3=1: F3(A)=2+5=7;

X3=2: F3(A)=4+4=8;

max(F3(A)) = 8.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+11=11;

X3=1: F3(A)=2+6=8;

X3=2: F3(A)=4+5=9;

X3=3: F3(A)=6+4=10;

max(F3(A)) = 11.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+18=18;

X3=1: F3(A)=2+11=13;

X3=2: F3(A)=4+6=10;

X3=3: F3(A)=6+5=11;

X3=4: F3(A)=8+4=12;

max(F3(A)) = 18.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+27=27;

X3=1: F3(A)=2+18=20;

X3=2: F3(A)=4+11=15;

X3=3: F3(A)=6+6=12;

X3=4: F3(A)=8+5=13;

X3=5: F3(A)=10+4=14;

max(F3(A)) = 27.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+38=38;

X3=1: F3(A)=2+27=29;

X3=2: F3(A)=4+18=22;

X3=3: F3(A)=6+11=17;

X3=4: F3(A)=8+6=14;

X3=5: F3(A)=10+5=15;

X3=6: F3(A)=12+4=16;

max(F3(A)) = 38.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+51=51;

X3=1: F3(A)=2+38=40;

X3=2: F3(A)=4+27=31;

X3=3: F3(A)=6+18=24;

X3=4: F3(A)=8+11=19;

X3=5: F3(A)=10+6=16;

X3=6: F3(A)=12+5=17;

X3=7: F3(A)=14+4=18;

max(F3(A)) = 51.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+66=66;

X3=1: F3(A)=2+51=53;

X3=2: F3(A)=4+38=42;

X3=3: F3(A)=6+27=33;

X3=4: F3(A)=8+18=26;

X3=5: F3(A)=10+11=21;

X3=6: F3(A)=12+6=18;

X3=7: F3(A)=14+5=19;

X3=8: F3(A)=16+4=20;

max(F3(A)) = 66.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+83=83;

X3=1: F3(A)=2+66=68;

X3=2: F3(A)=4+51=55;

X3=3: F3(A)=6+38=44;

X3=4: F3(A)=8+27=35;

X3=5: F3(A)=10+18=28;

X3=6: F3(A)=12+11=23;

X3=7: F3(A)=14+6=20;

X3=8: F3(A)=16+5=21;

X3=9: F3(A)=18+4=22;

max(F3(A)) = 83.

A = 10.

X3=0: F3(A)=0+102=102;

X3=1: F3(A)=2+83=85;

X3=2: F3(A)=4+66=70;

X3=3: F3(A)=6+51=57;

X3=4: F3(A)=8+38=46;

X3=5: F3(A)=10+27=37;

X3=6: F3(A)=12+18=30;

X3=7: F3(A)=14+11=25;

X3=8: F3(A)=16+6=22;

X3=9: F3(A)=18+5=23;

X3=10: F3(A)=20+4=24;

max(F3(A)) = 102.

A = 11.

X3=0: F3(A)=0+123=123;

X3=1: F3(A)=2+102=104;

X3=2: F3(A)=4+83=87;

X3=3: F3(A)=6+66=72;

X3=4: F3(A)=8+51=59;

X3=5: F3(A)=10+38=48;

X3=6: F3(A)=12+27=39;

X3=7: F3(A)=14+18=32;

X3=8: F3(A)=16+11=27;

X3=9: F3(A)=18+6=24;

X3=10: F3(A)=20+5=25;

X3=11: F3(A)=22+4=26;

max(F3(A)) = 123.

A = 12.

X3=0: F3(A)=0+146=146;

X3=1: F3(A)=2+123=125;

X3=2: F3(A)=4+102=106;

X3=3: F3(A)=6+83=89;

X3=4: F3(A)=8+66=74;

X3=5: F3(A)=10+51=61;

X3=6: F3(A)=12+38=50;

X3=7: F3(A)=14+27=41;

X3=8: F3(A)=16+18=34;

X3=9: F3(A)=18+11=29;

X3=10: F3(A)=20+6=26;

X3=11: F3(A)=22+5=27;

X3=12: F3(A)=24+4=28;

max(F3(A)) = 146.

A = 13.

X3=0: F3(A)=0+171=171;

X3=1: F3(A)=2+146=148;

X3=2: F3(A)=4+123=127;

X3=3: F3(A)=6+102=108;

X3=4: F3(A)=8+83=91;

X3=5: F3(A)=10+66=76;

X3=6: F3(A)=12+51=63;

X3=7: F3(A)=14+38=52;

X3=8: F3(A)=16+27=43;

X3=9: F3(A)=18+18=36;

X3=10: F3(A)=20+11=31;

X3=11: F3(A)=22+6=28;

X3=12: F3(A)=24+5=29;

X3=13: F3(A)=26+4=30;

max(F3(A)) = 171.

A = 14.

X3=0: F3(A)=0+198=198;

X3=1: F3(A)=2+171=173;

X3=2: F3(A)=4+146=150;

X3=3: F3(A)=6+123=129;

X3=4: F3(A)=8+102=110;

X3=5: F3(A)=10+83=93;

X3=6: F3(A)=12+66=78;

X3=7: F3(A)=14+51=65;

X3=8: F3(A)=16+38=54;

X3=9: F3(A)=18+27=45;

X3=10: F3(A)=20+18=38;

X3=11: F3(A)=22+11=33;

X3=12: F3(A)=24+6=30;

X3=13: F3(A)=26+5=31;

X3=14: F3(A)=28+4=32;

max(F3(A)) = 198.

A = 15.

X3=0: F3(A)=0+227=227;

X3=1: F3(A)=2+198=200;

X3=2: F3(A)=4+171=175;

X3=3: F3(A)=6+146=152;

X3=4: F3(A)=8+123=131;

X3=5: F3(A)=10+102=112;

X3=6: F3(A)=12+83=95;

X3=7: F3(A)=14+66=80;

X3=8: F3(A)=16+51=67;

X3=9: F3(A)=18+38=56;

X3=10: F3(A)=20+27=47;

X3=11: F3(A)=22+18=40;

X3=12: F3(A)=24+11=35;

X3=13: F3(A)=26+6=32;

X3=14: F3(A)=28+5=33;

X3=15: F3(A)=30+4=34;

max(F3(A)) = 227.

A = 16.

X3=0: F3(A)=0+258=258;

X3=1: F3(A)=2+227=229;

X3=2: F3(A)=4+198=202;

X3=3: F3(A)=6+171=177;

X3=4: F3(A)=8+146=154;

X3=5: F3(A)=10+123=133;

X3=6: F3(A)=12+102=114;

X3=7: F3(A)=14+83=97;

X3=8: F3(A)=16+66=82;

X3=9: F3(A)=18+51=69;

X3=10: F3(A)=20+38=58;

X3=11: F3(A)=22+27=49;

X3=12: F3(A)=24+18=42;

X3=13: F3(A)=26+11=37;

X3=14: F3(A)=28+6=34;

X3=15: F3(A)=30+5=35;

X3=16: F3(A)=32+4=36;

max(F3(A)) = 258.

A = 17.

X3=0: F3(A)=0+291=291;

X3=1: F3(A)=2+258=260;

X3=2: F3(A)=4+227=231;

X3=3: F3(A)=6+198=204;

X3=4: F3(A)=8+171=179;

X3=5: F3(A)=10+146=156;

X3=6: F3(A)=12+123=135;

X3=7: F3(A)=14+102=116;

X3=8: F3(A)=16+83=99;

X3=9: F3(A)=18+66=84;

X3=10: F3(A)=20+51=71;

X3=11: F3(A)=22+38=60;

X3=12: F3(A)=24+27=51;

X3=13: F3(A)=26+18=44;

X3=14: F3(A)=28+11=39;

X3=15: F3(A)=30+6=36;

X3=16: F3(A)=32+5=37;

X3=17: F3(A)=34+4=38;

max(F3(A)) = 291.

A = 18.

X3=0: F3(A)=0+326=326;

X3=1: F3(A)=2+291=293;

X3=2: F3(A)=4+258=262;

X3=3: F3(A)=6+227=233;

X3=4: F3(A)=8+198=206;

X3=5: F3(A)=10+171=181;

X3=6: F3(A)=12+146=158;

X3=7: F3(A)=14+123=137;

X3=8: F3(A)=16+102=118;

X3=9: F3(A)=18+83=101;

X3=10: F3(A)=20+66=86;

X3=11: F3(A)=22+51=73;

X3=12: F3(A)=24+38=62;

X3=13: F3(A)=26+27=53;

X3=14: F3(A)=28+18=46;

X3=15: F3(A)=30+11=41;

X3=16: F3(A)=32+6=38;

X3=17: F3(A)=34+5=39;

X3=18: F3(A)=36+4=40;

max(F3(A)) = 326.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+4=5;

max(F4(A)) = 5.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+6=7;

X4=1: F4(A)=1+4=5;

max(F4(A)) = 7.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+8=9;

X4=1: F4(A)=1+6=7;

X4=2: F4(A)=4+4=8;

max(F4(A)) = 9.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+11=12;

X4=1: F4(A)=1+8=9;

X4=2: F4(A)=4+6=10;

X4=3: F4(A)=4+4=8;

max(F4(A)) = 12.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+18=19;

X4=1: F4(A)=1+11=12;

X4=2: F4(A)=4+8=12;

X4=3: F4(A)=4+6=10;

X4=4: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 19.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+27=28;

X4=1: F4(A)=1+18=19;

X4=2: F4(A)=4+11=15;

X4=3: F4(A)=4+8=12;

X4=4: F4(A)=10+6=16;

X4=5: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 28.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+38=39;

X4=1: F4(A)=1+27=28;

X4=2: F4(A)=4+18=22;

X4=3: F4(A)=4+11=15;

X4=4: F4(A)=10+8=18;

X4=5: F4(A)=10+6=16;

X4=6: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 39.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+51=52;

X4=1: F4(A)=1+38=39;

X4=2: F4(A)=4+27=31;

X4=3: F4(A)=4+18=22;

X4=4: F4(A)=10+11=21;

X4=5: F4(A)=10+8=18;

X4=6: F4(A)=10+6=16;

X4=7: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 52.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+66=67;

X4=1: F4(A)=1+51=52;

X4=2: F4(A)=4+38=42;

X4=3: F4(A)=4+27=31;

X4=4: F4(A)=10+18=28;

X4=5: F4(A)=10+11=21;

X4=6: F4(A)=10+8=18;

X4=7: F4(A)=10+6=16;

X4=8: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 67.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+83=84;

X4=1: F4(A)=1+66=67;

X4=2: F4(A)=4+51=55;

X4=3: F4(A)=4+38=42;

X4=4: F4(A)=10+27=37;

X4=5: F4(A)=10+18=28;

X4=6: F4(A)=10+11=21;

X4=7: F4(A)=10+8=18;

X4=8: F4(A)=10+6=16;

X4=9: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 84.

A = 10.

X4=0: F4(A)=1+102=103;

X4=1: F4(A)=1+83=84;

X4=2: F4(A)=4+66=70;

X4=3: F4(A)=4+51=55;

X4=4: F4(A)=10+38=48;

X4=5: F4(A)=10+27=37;

X4=6: F4(A)=10+18=28;

X4=7: F4(A)=10+11=21;

X4=8: F4(A)=10+8=18;

X4=9: F4(A)=10+6=16;

X4=10: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 103.

A = 11.

X4=0: F4(A)=1+123=124;

X4=1: F4(A)=1+102=103;

X4=2: F4(A)=4+83=87;

X4=3: F4(A)=4+66=70;

X4=4: F4(A)=10+51=61;

X4=5: F4(A)=10+38=48;

X4=6: F4(A)=10+27=37;

X4=7: F4(A)=10+18=28;

X4=8: F4(A)=10+11=21;

X4=9: F4(A)=10+8=18;

X4=10: F4(A)=10+6=16;

X4=11: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 124.

A = 12.

X4=0: F4(A)=1+146=147;

X4=1: F4(A)=1+123=124;

X4=2: F4(A)=4+102=106;

X4=3: F4(A)=4+83=87;

X4=4: F4(A)=10+66=76;

X4=5: F4(A)=10+51=61;

X4=6: F4(A)=10+38=48;

X4=7: F4(A)=10+27=37;

X4=8: F4(A)=10+18=28;

X4=9: F4(A)=10+11=21;

X4=10: F4(A)=10+8=18;

X4=11: F4(A)=10+6=16;

X4=12: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 147.

A = 13.

X4=0: F4(A)=1+171=172;

X4=1: F4(A)=1+146=147;

X4=2: F4(A)=4+123=127;

X4=3: F4(A)=4+102=106;

X4=4: F4(A)=10+83=93;

X4=5: F4(A)=10+66=76;

X4=6: F4(A)=10+51=61;

X4=7: F4(A)=10+38=48;

X4=8: F4(A)=10+27=37;

X4=9: F4(A)=10+18=28;

X4=10: F4(A)=10+11=21;

X4=11: F4(A)=10+8=18;

X4=12: F4(A)=10+6=16;

X4=13: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 172.

A = 14.

X4=0: F4(A)=1+198=199;

X4=1: F4(A)=1+171=172;

X4=2: F4(A)=4+146=150;

X4=3: F4(A)=4+123=127;

X4=4: F4(A)=10+102=112;

X4=5: F4(A)=10+83=93;

X4=6: F4(A)=10+66=76;

X4=7: F4(A)=10+51=61;

X4=8: F4(A)=10+38=48;

X4=9: F4(A)=10+27=37;

X4=10: F4(A)=10+18=28;

X4=11: F4(A)=10+11=21;

X4=12: F4(A)=10+8=18;

X4=13: F4(A)=10+6=16;

X4=14: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 199.

A = 15.

X4=0: F4(A)=1+227=228;

X4=1: F4(A)=1+198=199;

X4=2: F4(A)=4+171=175;

X4=3: F4(A)=4+146=150;

X4=4: F4(A)=10+123=133;

X4=5: F4(A)=10+102=112;

X4=6: F4(A)=10+83=93;

X4=7: F4(A)=10+66=76;

X4=8: F4(A)=10+51=61;

X4=9: F4(A)=10+38=48;

X4=10: F4(A)=10+27=37;

X4=11: F4(A)=10+18=28;

X4=12: F4(A)=10+11=21;

X4=13: F4(A)=10+8=18;

X4=14: F4(A)=10+6=16;

X4=15: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 228.

A = 16.

X4=0: F4(A)=1+258=259;

X4=1: F4(A)=1+227=228;

X4=2: F4(A)=4+198=202;

X4=3: F4(A)=4+171=175;

X4=4: F4(A)=10+146=156;

X4=5: F4(A)=10+123=133;

X4=6: F4(A)=10+102=112;

X4=7: F4(A)=10+83=93;

X4=8: F4(A)=10+66=76;

X4=9: F4(A)=10+51=61;

X4=10: F4(A)=10+38=48;

X4=11: F4(A)=10+27=37;

X4=12: F4(A)=10+18=28;

X4=13: F4(A)=10+11=21;

X4=14: F4(A)=10+8=18;

X4=15: F4(A)=10+6=16;

X4=16: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 259.

A = 17.

X4=0: F4(A)=1+291=292;

X4=1: F4(A)=1+258=259;

X4=2: F4(A)=4+227=231;

X4=3: F4(A)=4+198=202;

X4=4: F4(A)=10+171=181;

X4=5: F4(A)=10+146=156;

X4=6: F4(A)=10+123=133;

X4=7: F4(A)=10+102=112;

X4=8: F4(A)=10+83=93;

X4=9: F4(A)=10+66=76;

X4=10: F4(A)=10+51=61;

X4=11: F4(A)=10+38=48;

X4=12: F4(A)=10+27=37;

X4=13: F4(A)=10+18=28;

X4=14: F4(A)=10+11=21;

X4=15: F4(A)=10+8=18;

X4=16: F4(A)=10+6=16;

X4=17: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 292.

A = 18.

X4=0: F4(A)=1+326=327;

X4=1: F4(A)=1+291=292;

X4=2: F4(A)=4+258=262;

X4=3: F4(A)=4+227=231;

X4=4: F4(A)=10+198=208;

X4=5: F4(A)=10+171=181;

X4=6: F4(A)=10+146=156;

X4=7: F4(A)=10+123=133;

X4=8: F4(A)=10+102=112;

X4=9: F4(A)=10+83=93;

X4=10: F4(A)=10+66=76;

X4=11: F4(A)=10+51=61;

X4=12: F4(A)=10+38=48;

X4=13: F4(A)=10+27=37;

X4=14: F4(A)=10+18=28;

X4=15: F4(A)=10+11=21;

X4=16: F4(A)=10+8=18;

X4=17: F4(A)=10+6=16;

X4=18: F4(A)=10+4=14;

max(F4(A)) = 327.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(18)=327, x4=0.

F4(18)-F4(A)=327-1=326.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(18)=326, х3=0.

F3(18)-F3(A)=326-0=326.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(18)=326, х2=18.

F2(18)-f2(18)=326-322=4.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(0)=4, х1=0.

F1(0)-f1(0)=4-4=0.

**Контрольне завдання № \_15\_**

**1)** Визначити коефіцієнт завантаження третього пристрою по мережі Петрі. система складається з трьох пристроїв, причому результат роботи першого або повертається на перший прилад, або передається другому и третьому пристрою. Результат роботи другого передається третьому пристрою, а результат останнього передається першому пристрою. Параметри: τ1 = 0.1, τ2 = 0.5, τ3 = 4, р1 = 0.3. р2 = 0.5

***Розв’язання***

Розв'язання



Побудуємо дерево досяжності



Перейдемо до неперервного графу



3-й пристрій працював в стані M3, отже завантаженість третього пристрою \*100% = 88.88%

**2)** Задано неперервний процес Маркова. Вважаючи, що Δt = 0.2 с.трансформувати процес в дискретний.

0 2 0

0 0 0.5

1 0 0

***Розв’язання***

Граф неперервного марківського процесу:

= 2

= 0.5

= 1

Визначення ймовірностей переходів для дискретного марківського процесу:

Граф дискретного марківського процесу:

= 0.33

= 0.18

= 0.1

= 0.67

= 0.9

= 0.82

**3)** Є 4 процеси, між якими потрібно оптимальним чином розподілити ресурс Х, тобто визначити *x*1,*x*2,*x*3,*x*4, які забезпечують максимальне значення цільової функції f1(*x*1)+f2(*x*2)+f3(*x*3)+f4(*x*4). Задані функції: f1(*x*1) = 3, якщо *x*1<2, f1(*x*1) = 3+(*x*1-2), якщо *x*1>=2; f2(x2) = *x*2, якщо *x*2<2, f2(*x*2) = *x*22-2, якщо *x*2>=2; f3(*x*3) = 2∙*x*3, f4(*x*4)=1, якщо *x*4<2, f4(*x*4)=4, , якщо 2<= *x*4<4, f4(*x*4)=10, якщо *x*4>=4. Обмеження: *x*1+ *x*2+ *x*3+ *x*4<17; x2<6, x3>x4.

***Розв’язання***

Ресурс А=16.

Використовуємо технологію Белмана.

Сформуємо таблицю значень функцій.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | f1(x) | f2(x) | f3(x) | f4(x) |
| 0 | 3 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 3 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 3 | 2 | 4 | 4 |
| 3 | 4 | 7 | 6 | 4 |
| 4 | 5 | 14 | 8 | 10 |
| 5 | 6 | 23 | 10 | 10 |
| 6 | 7 | 34 | 12 | 10 |
| 7 | 8 | 47 | 14 | 10 |
| 8 | 9 | 62 | 16 | 10 |
| 9 | 10 | 79 | 18 | 10 |
| 10 | 11 | 98 | 20 | 10 |
| 11 | 12 | 119 | 22 | 10 |
| 12 | 13 | 142 | 24 | 10 |
| 13 | 14 | 167 | 26 | 10 |
| 14 | 15 | 194 | 28 | 10 |
| 15 | 16 | 223 | 30 | 10 |
| 16 | 17 | 254 | 32 | 10 |

Прямий прохід. Запишемо функціональні рівняння Белмана:

F1(A) = f1(A)

F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))

F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))

F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| A | F1(A) | X1 | F2(A) | X2 | F3(A) | X3 | F4(A) | X4 |
| 0 | 3 | 0 | 3 | 0 | 3 | 0 | 4 | 0 |
| 1 | 3 | 1 | 4 | 1 | 5 | 1 | 6 | 0 |
| 2 | 3 | 2 | 5 | 2 | 7 | 2 | 8 | 0 |
| 3 | 4 | 3 | 10 | 3 | 10 | 0 | 11 | 0 |
| 4 | 5 | 4 | 17 | 4 | 17 | 0 | 18 | 0 |
| 5 | 6 | 5 | 26 | 5 | 26 | 0 | 27 | 0 |
| 6 | 7 | 6 | 26 | 5 | 28 | 1 | 29 | 0 |
| 7 | 8 | 7 | 26 | 5 | 30 | 2 | 31 | 0 |
| 8 | 9 | 8 | 27 | 5 | 32 | 3 | 33 | 0 |
| 9 | 10 | 9 | 28 | 5 | 34 | 4 | 36 | 4 |
| 10 | 11 | 10 | 29 | 5 | 36 | 5 | 38 | 4 |
| 11 | 12 | 11 | 30 | 5 | 38 | 6 | 40 | 4 |
| 12 | 13 | 12 | 31 | 5 | 40 | 7 | 42 | 4 |
| 13 | 14 | 13 | 32 | 5 | 42 | 8 | 44 | 4 |
| 14 | 15 | 14 | 33 | 5 | 44 | 9 | 46 | 4 |
| 15 | 16 | 15 | 34 | 5 | 46 | 10 | 48 | 4 |
| 16 | 17 | 16 | 35 | 5 | 48 | 11 | 50 | 4 |

**F2(A) = max(f2(X2) + F1(A – X2))**

A = 0.

X2=0: F2(A)=0+3=3;

max(F2(A)) = 3.

A = 1.

X2=0: F2(A)=0+3=3;

X2=1: F2(A)=1+3=4;

max(F2(A)) = 4.

A = 2.

X2=0: F2(A)=0+3=3;

X2=1: F2(A)=1+3=4;

X2=2: F2(A)=2+3=5;

max(F2(A)) = 5.

A = 3.

X2=0: F2(A)=0+4=4;

X2=1: F2(A)=1+3=4;

X2=2: F2(A)=2+3=5;

X2=3: F2(A)=7+3=10;

max(F2(A)) = 10.

A = 4.

X2=0: F2(A)=0+5=5;

X2=1: F2(A)=1+4=5;

X2=2: F2(A)=2+3=5;

X2=3: F2(A)=7+3=10;

X2=4: F2(A)=14+3=17;

max(F2(A)) = 17.

A = 5.

X2=0: F2(A)=0+6=6;

X2=1: F2(A)=1+5=6;

X2=2: F2(A)=2+4=6;

X2=3: F2(A)=7+3=10;

X2=4: F2(A)=14+3=17;

X2=5: F2(A)=23+3=26;

max(F2(A)) = 26.

A = 6.

X2=0: F2(A)=0+7=7;

X2=1: F2(A)=1+6=7;

X2=2: F2(A)=2+5=7;

X2=3: F2(A)=7+4=11;

X2=4: F2(A)=14+3=17;

X2=5: F2(A)=23+3=26;

max(F2(A)) = 26.

A = 7.

X2=0: F2(A)=0+8=8;

X2=1: F2(A)=1+7=8;

X2=2: F2(A)=2+6=8;

X2=3: F2(A)=7+5=12;

X2=4: F2(A)=14+4=18;

X2=5: F2(A)=23+3=26;

max(F2(A)) = 26.

A = 8.

X2=0: F2(A)=0+9=9;

X2=1: F2(A)=1+8=9;

X2=2: F2(A)=2+7=9;

X2=3: F2(A)=7+6=13;

X2=4: F2(A)=14+5=19;

X2=5: F2(A)=23+4=27;

max(F2(A)) = 27.

A = 9.

X2=0: F2(A)=0+10=10;

X2=1: F2(A)=1+9=10;

X2=2: F2(A)=2+8=10;

X2=3: F2(A)=7+7=14;

X2=4: F2(A)=14+6=20;

X2=5: F2(A)=23+5=28;

max(F2(A)) = 28.

A = 10.

X2=0: F2(A)=0+11=11;

X2=1: F2(A)=1+10=11;

X2=2: F2(A)=2+9=11;

X2=3: F2(A)=7+8=15;

X2=4: F2(A)=14+7=21;

X2=5: F2(A)=23+6=29;

max(F2(A)) = 29.

A = 11.

X2=0: F2(A)=0+12=12;

X2=1: F2(A)=1+11=12;

X2=2: F2(A)=2+10=12;

X2=3: F2(A)=7+9=16;

X2=4: F2(A)=14+8=22;

X2=5: F2(A)=23+7=30;

max(F2(A)) = 30.

A = 12.

X2=0: F2(A)=0+13=13;

X2=1: F2(A)=1+12=13;

X2=2: F2(A)=2+11=13;

X2=3: F2(A)=7+10=17;

X2=4: F2(A)=14+9=23;

X2=5: F2(A)=23+8=31;

max(F2(A)) = 31.

A = 13.

X2=0: F2(A)=0+14=14;

X2=1: F2(A)=1+13=14;

X2=2: F2(A)=2+12=14;

X2=3: F2(A)=7+11=18;

X2=4: F2(A)=14+10=24;

X2=5: F2(A)=23+9=32;

max(F2(A)) = 32.

A = 14.

X2=0: F2(A)=0+15=15;

X2=1: F2(A)=1+14=15;

X2=2: F2(A)=2+13=15;

X2=3: F2(A)=7+12=19;

X2=4: F2(A)=14+11=25;

X2=5: F2(A)=23+10=33;

max(F2(A)) = 33.

A = 15.

X2=0: F2(A)=0+16=16;

X2=1: F2(A)=1+15=16;

X2=2: F2(A)=2+14=16;

X2=3: F2(A)=7+13=20;

X2=4: F2(A)=14+12=26;

X2=5: F2(A)=23+11=34;

max(F2(A)) = 34.

A = 16.

X2=0: F2(A)=0+17=17;

X2=1: F2(A)=1+16=17;

X2=2: F2(A)=2+15=17;

X2=3: F2(A)=7+14=21;

X2=4: F2(A)=14+13=27;

X2=5: F2(A)=23+12=35;

max(F2(A)) = 35.

**F3(A) = max(f3(X3) + F2(A – X3))**

A = 0.

X3=0: F3(A)=0+3=3;

max(F3(A)) = 3.

A = 1.

X3=0: F3(A)=0+4=4;

X3=1: F3(A)=2+3=5;

max(F3(A)) = 5.

A = 2.

X3=0: F3(A)=0+5=5;

X3=1: F3(A)=2+4=6;

X3=2: F3(A)=4+3=7;

max(F3(A)) = 7.

A = 3.

X3=0: F3(A)=0+10=10;

X3=1: F3(A)=2+5=7;

X3=2: F3(A)=4+4=8;

X3=3: F3(A)=6+3=9;

max(F3(A)) = 10.

A = 4.

X3=0: F3(A)=0+17=17;

X3=1: F3(A)=2+10=12;

X3=2: F3(A)=4+5=9;

X3=3: F3(A)=6+4=10;

X3=4: F3(A)=8+3=11;

max(F3(A)) = 17.

A = 5.

X3=0: F3(A)=0+26=26;

X3=1: F3(A)=2+17=19;

X3=2: F3(A)=4+10=14;

X3=3: F3(A)=6+5=11;

X3=4: F3(A)=8+4=12;

X3=5: F3(A)=10+3=13;

max(F3(A)) = 26.

A = 6.

X3=0: F3(A)=0+26=26;

X3=1: F3(A)=2+26=28;

X3=2: F3(A)=4+17=21;

X3=3: F3(A)=6+10=16;

X3=4: F3(A)=8+5=13;

X3=5: F3(A)=10+4=14;

X3=6: F3(A)=12+3=15;

max(F3(A)) = 28.

A = 7.

X3=0: F3(A)=0+26=26;

X3=1: F3(A)=2+26=28;

X3=2: F3(A)=4+26=30;

X3=3: F3(A)=6+17=23;

X3=4: F3(A)=8+10=18;

X3=5: F3(A)=10+5=15;

X3=6: F3(A)=12+4=16;

X3=7: F3(A)=14+3=17;

max(F3(A)) = 30.

A = 8.

X3=0: F3(A)=0+27=27;

X3=1: F3(A)=2+26=28;

X3=2: F3(A)=4+26=30;

X3=3: F3(A)=6+26=32;

X3=4: F3(A)=8+17=25;

X3=5: F3(A)=10+10=20;

X3=6: F3(A)=12+5=17;

X3=7: F3(A)=14+4=18;

X3=8: F3(A)=16+3=19;

max(F3(A)) = 32.

A = 9.

X3=0: F3(A)=0+28=28;

X3=1: F3(A)=2+27=29;

X3=2: F3(A)=4+26=30;

X3=3: F3(A)=6+26=32;

X3=4: F3(A)=8+26=34;

X3=5: F3(A)=10+17=27;

X3=6: F3(A)=12+10=22;

X3=7: F3(A)=14+5=19;

X3=8: F3(A)=16+4=20;

X3=9: F3(A)=18+3=21;

max(F3(A)) = 34.

A = 10.

X3=0: F3(A)=0+29=29;

X3=1: F3(A)=2+28=30;

X3=2: F3(A)=4+27=31;

X3=3: F3(A)=6+26=32;

X3=4: F3(A)=8+26=34;

X3=5: F3(A)=10+26=36;

X3=6: F3(A)=12+17=29;

X3=7: F3(A)=14+10=24;

X3=8: F3(A)=16+5=21;

X3=9: F3(A)=18+4=22;

X3=10: F3(A)=20+3=23;

max(F3(A)) = 36.

A = 11.

X3=0: F3(A)=0+30=30;

X3=1: F3(A)=2+29=31;

X3=2: F3(A)=4+28=32;

X3=3: F3(A)=6+27=33;

X3=4: F3(A)=8+26=34;

X3=5: F3(A)=10+26=36;

X3=6: F3(A)=12+26=38;

X3=7: F3(A)=14+17=31;

X3=8: F3(A)=16+10=26;

X3=9: F3(A)=18+5=23;

X3=10: F3(A)=20+4=24;

X3=11: F3(A)=22+3=25;

max(F3(A)) = 38.

A = 12.

X3=0: F3(A)=0+31=31;

X3=1: F3(A)=2+30=32;

X3=2: F3(A)=4+29=33;

X3=3: F3(A)=6+28=34;

X3=4: F3(A)=8+27=35;

X3=5: F3(A)=10+26=36;

X3=6: F3(A)=12+26=38;

X3=7: F3(A)=14+26=40;

X3=8: F3(A)=16+17=33;

X3=9: F3(A)=18+10=28;

X3=10: F3(A)=20+5=25;

X3=11: F3(A)=22+4=26;

X3=12: F3(A)=24+3=27;

max(F3(A)) = 40.

A = 13.

X3=0: F3(A)=0+32=32;

X3=1: F3(A)=2+31=33;

X3=2: F3(A)=4+30=34;

X3=3: F3(A)=6+29=35;

X3=4: F3(A)=8+28=36;

X3=5: F3(A)=10+27=37;

X3=6: F3(A)=12+26=38;

X3=7: F3(A)=14+26=40;

X3=8: F3(A)=16+26=42;

X3=9: F3(A)=18+17=35;

X3=10: F3(A)=20+10=30;

X3=11: F3(A)=22+5=27;

X3=12: F3(A)=24+4=28;

X3=13: F3(A)=26+3=29;

max(F3(A)) = 42.

A = 14.

X3=0: F3(A)=0+33=33;

X3=1: F3(A)=2+32=34;

X3=2: F3(A)=4+31=35;

X3=3: F3(A)=6+30=36;

X3=4: F3(A)=8+29=37;

X3=5: F3(A)=10+28=38;

X3=6: F3(A)=12+27=39;

X3=7: F3(A)=14+26=40;

X3=8: F3(A)=16+26=42;

X3=9: F3(A)=18+26=44;

X3=10: F3(A)=20+17=37;

X3=11: F3(A)=22+10=32;

X3=12: F3(A)=24+5=29;

X3=13: F3(A)=26+4=30;

X3=14: F3(A)=28+3=31;

max(F3(A)) = 44.

A = 15.

X3=0: F3(A)=0+34=34;

X3=1: F3(A)=2+33=35;

X3=2: F3(A)=4+32=36;

X3=3: F3(A)=6+31=37;

X3=4: F3(A)=8+30=38;

X3=5: F3(A)=10+29=39;

X3=6: F3(A)=12+28=40;

X3=7: F3(A)=14+27=41;

X3=8: F3(A)=16+26=42;

X3=9: F3(A)=18+26=44;

X3=10: F3(A)=20+26=46;

X3=11: F3(A)=22+17=39;

X3=12: F3(A)=24+10=34;

X3=13: F3(A)=26+5=31;

X3=14: F3(A)=28+4=32;

X3=15: F3(A)=30+3=33;

max(F3(A)) = 46.

A = 16.

X3=0: F3(A)=0+35=35;

X3=1: F3(A)=2+34=36;

X3=2: F3(A)=4+33=37;

X3=3: F3(A)=6+32=38;

X3=4: F3(A)=8+31=39;

X3=5: F3(A)=10+30=40;

X3=6: F3(A)=12+29=41;

X3=7: F3(A)=14+28=42;

X3=8: F3(A)=16+27=43;

X3=9: F3(A)=18+26=44;

X3=10: F3(A)=20+26=46;

X3=11: F3(A)=22+26=48;

X3=12: F3(A)=24+17=41;

X3=13: F3(A)=26+10=36;

X3=14: F3(A)=28+5=33;

X3=15: F3(A)=30+4=34;

X3=16: F3(A)=32+3=35;

max(F3(A)) = 48.

**F4(A) = max(f4(X4) + F3(A – X4))**

A = 0.

X4=0: F4(A)=1+3=4;

max(F4(A)) = 4.

A = 1.

X4=0: F4(A)=1+5=6;

X4=1: F4(A)=1+3=4;

max(F4(A)) = 6.

A = 2.

X4=0: F4(A)=1+7=8;

X4=1: F4(A)=1+5=6;

X4=2: F4(A)=4+3=7;

max(F4(A)) = 8.

A = 3.

X4=0: F4(A)=1+10=11;

X4=1: F4(A)=1+7=8;

X4=2: F4(A)=4+5=9;

X4=3: F4(A)=4+3=7;

max(F4(A)) = 11.

A = 4.

X4=0: F4(A)=1+17=18;

X4=1: F4(A)=1+10=11;

X4=2: F4(A)=4+7=11;

X4=3: F4(A)=4+5=9;

X4=4: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 18.

A = 5.

X4=0: F4(A)=1+26=27;

X4=1: F4(A)=1+17=18;

X4=2: F4(A)=4+10=14;

X4=3: F4(A)=4+7=11;

X4=4: F4(A)=10+5=15;

X4=5: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 27.

A = 6.

X4=0: F4(A)=1+28=29;

X4=1: F4(A)=1+26=27;

X4=2: F4(A)=4+17=21;

X4=3: F4(A)=4+10=14;

X4=4: F4(A)=10+7=17;

X4=5: F4(A)=10+5=15;

X4=6: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 29.

A = 7.

X4=0: F4(A)=1+30=31;

X4=1: F4(A)=1+28=29;

X4=2: F4(A)=4+26=30;

X4=3: F4(A)=4+17=21;

X4=4: F4(A)=10+10=20;

X4=5: F4(A)=10+7=17;

X4=6: F4(A)=10+5=15;

X4=7: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 31.

A = 8.

X4=0: F4(A)=1+32=33;

X4=1: F4(A)=1+30=31;

X4=2: F4(A)=4+28=32;

X4=3: F4(A)=4+26=30;

X4=4: F4(A)=10+17=27;

X4=5: F4(A)=10+10=20;

X4=6: F4(A)=10+7=17;

X4=7: F4(A)=10+5=15;

X4=8: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 33.

A = 9.

X4=0: F4(A)=1+34=35;

X4=1: F4(A)=1+32=33;

X4=2: F4(A)=4+30=34;

X4=3: F4(A)=4+28=32;

X4=4: F4(A)=10+26=36;

X4=5: F4(A)=10+17=27;

X4=6: F4(A)=10+10=20;

X4=7: F4(A)=10+7=17;

X4=8: F4(A)=10+5=15;

X4=9: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 36.

A = 10.

X4=0: F4(A)=1+36=37;

X4=1: F4(A)=1+34=35;

X4=2: F4(A)=4+32=36;

X4=3: F4(A)=4+30=34;

X4=4: F4(A)=10+28=38;

X4=5: F4(A)=10+26=36;

X4=6: F4(A)=10+17=27;

X4=7: F4(A)=10+10=20;

X4=8: F4(A)=10+7=17;

X4=9: F4(A)=10+5=15;

X4=10: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 38.

A = 11.

X4=0: F4(A)=1+38=39;

X4=1: F4(A)=1+36=37;

X4=2: F4(A)=4+34=38;

X4=3: F4(A)=4+32=36;

X4=4: F4(A)=10+30=40;

X4=5: F4(A)=10+28=38;

X4=6: F4(A)=10+26=36;

X4=7: F4(A)=10+17=27;

X4=8: F4(A)=10+10=20;

X4=9: F4(A)=10+7=17;

X4=10: F4(A)=10+5=15;

X4=11: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 40.

A = 12.

X4=0: F4(A)=1+40=41;

X4=1: F4(A)=1+38=39;

X4=2: F4(A)=4+36=40;

X4=3: F4(A)=4+34=38;

X4=4: F4(A)=10+32=42;

X4=5: F4(A)=10+30=40;

X4=6: F4(A)=10+28=38;

X4=7: F4(A)=10+26=36;

X4=8: F4(A)=10+17=27;

X4=9: F4(A)=10+10=20;

X4=10: F4(A)=10+7=17;

X4=11: F4(A)=10+5=15;

X4=12: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 42.

A = 13.

X4=0: F4(A)=1+42=43;

X4=1: F4(A)=1+40=41;

X4=2: F4(A)=4+38=42;

X4=3: F4(A)=4+36=40;

X4=4: F4(A)=10+34=44;

X4=5: F4(A)=10+32=42;

X4=6: F4(A)=10+30=40;

X4=7: F4(A)=10+28=38;

X4=8: F4(A)=10+26=36;

X4=9: F4(A)=10+17=27;

X4=10: F4(A)=10+10=20;

X4=11: F4(A)=10+7=17;

X4=12: F4(A)=10+5=15;

X4=13: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 44.

A = 14.

X4=0: F4(A)=1+44=45;

X4=1: F4(A)=1+42=43;

X4=2: F4(A)=4+40=44;

X4=3: F4(A)=4+38=42;

X4=4: F4(A)=10+36=46;

X4=5: F4(A)=10+34=44;

X4=6: F4(A)=10+32=42;

X4=7: F4(A)=10+30=40;

X4=8: F4(A)=10+28=38;

X4=9: F4(A)=10+26=36;

X4=10: F4(A)=10+17=27;

X4=11: F4(A)=10+10=20;

X4=12: F4(A)=10+7=17;

X4=13: F4(A)=10+5=15;

X4=14: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 46.

A = 15.

X4=0: F4(A)=1+46=47;

X4=1: F4(A)=1+44=45;

X4=2: F4(A)=4+42=46;

X4=3: F4(A)=4+40=44;

X4=4: F4(A)=10+38=48;

X4=5: F4(A)=10+36=46;

X4=6: F4(A)=10+34=44;

X4=7: F4(A)=10+32=42;

X4=8: F4(A)=10+30=40;

X4=9: F4(A)=10+28=38;

X4=10: F4(A)=10+26=36;

X4=11: F4(A)=10+17=27;

X4=12: F4(A)=10+10=20;

X4=13: F4(A)=10+7=17;

X4=14: F4(A)=10+5=15;

X4=15: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 48.

A = 16.

X4=0: F4(A)=1+48=49;

X4=1: F4(A)=1+46=47;

X4=2: F4(A)=4+44=48;

X4=3: F4(A)=4+42=46;

X4=4: F4(A)=10+40=50;

X4=5: F4(A)=10+38=48;

X4=6: F4(A)=10+36=46;

X4=7: F4(A)=10+34=44;

X4=8: F4(A)=10+32=42;

X4=9: F4(A)=10+30=40;

X4=10: F4(A)=10+28=38;

X4=11: F4(A)=10+26=36;

X4=12: F4(A)=10+17=27;

X4=13: F4(A)=10+10=20;

X4=14: F4(A)=10+7=17;

X4=15: F4(A)=10+5=15;

X4=16: F4(A)=10+3=13;

max(F4(A)) = 50.

Зворотній прохід.

Знаходимо максимум з останньої колонки: F4(16)=50, x4=4.

F4(16)-f4(4)=50-10=40.

Знаходимо отримане значення в третій колонці: F3(12)=40, х3=7.

F3(12)-f3(7)=40-14=26.

Знаходимо отримане значення в другій колонці: F2(7)=26, х2=5.

F2(7)-f2(5)=26-23=3.

Знаходимо отримане значення в першій колонці(враховуючи обмеження): F1(0)=3, х1=0.

F1(0)-f1(0)=3-3=0.